

ICADE
SCHOOL



BUSINESS

ICADE BUSINESS SCHOOL

MÁSTER UNIVERSITARIO EN FINANZAS

VALORACIÓN DE VOLATILIDADES DE ACCIONES Y SUS EFECTOS EN EL CÁLCULO DE OPCIONES CALL EUROPEAS

Autor: Guillermo Ibáñez

Director: Juan Ayora

Madrid

Julio 2015

**VALORACIÓN DE VOLATILIDADES DE ACCIONES Y SUS EFECTOS EN EL CÁLCULO DE
OPCIONES CALL EUROPEAS**



Abstract

El objetivo del trabajo es calcular las volatilidades de los subyacentes de unas opciones de diferentes modelos para posteriormente analizar en que afecta el uso de un método u otro al precio final obtenido en el cálculo del precio de una opción Call Europea. Para ello utilizaremos cuatro modelos distintos para estimar las volatilidades. Del mismo modo, realizaremos comparaciones no solo de los distintos modelos entre sí, sino de los modelos con cambios en algunos de sus parámetros.

Palabras Clave

EWMA, GARCH(1,1), Volatilidad Implícita, Volatilidad Histórica, Error Cuadrático, Modelo Binomial, Jarrow-Rudd, Black-Scholes, Opciones Call, .

INDICE

Páginas

INTRODUCCIÓN	5-6
CAPITULO I: ANTECEDENTES	7-10
1. INTRODUCCIÓN	7-8
2. VOLATILIDADES	8
3. OPCIONES.....	9-10
3.1. Opciones Call.....	9
3.2. Opciones Put.....	9
3.3. Utilidad y Ventajas de las Opciones.....	9
3.4. Contrato de una Opción	9-10
3.5. Valoración de una Opción / Cuando Ejecutar una Opción	10
CAPITULO II: VALORACIÓN DE UNA OPCIÓN	11-14
4. VALORACIÓN DEL PRECIO DE UNA OPCIÓN.....	11
4.1. El Método Binomial	11
4.2. El Modelo Cox Ross y Rubinstein.....	12-14
4.3. El Modelo Jarrow-Rudd	14
CAPITULO III: MODELOS DE ESTIMACIÓN DE VOLATILIDADES.....	15-16
5. MODELOS DE ESTIMACIÓN DE VOLATILIDADES.....	15
6. El Modelo de Volatilidad Histórica	15-16
6.1. Aplicación Práctica.....	16
7. El Modelo de Volatilidad de Alisado Exponencial (EWMA, Exponencial Average Approach).	16-18
7.1. Introducción.....	16-17
7.2. El Modelo.....	17-18
7.3. Consideraciones Finales Sobre el Modelo	18
8. El Modelo de Varianza Cambiante (GARCH (1,1), Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity).....	18-20
8.1. Introducción.....	18-19

8.2. El Modelo.....	19
8.3. Consideraciones Finales Sobre el Modelo	20
9. Volatilidad Implícita	21-26
9.1. Introducción.....	21
9.2. El Modelo.....	21
9.3. El Modelo de Black-Scholes	21
9.4. Supuestos y Propiedades Esenciales	21-22
9.5. Black-Scholes para Opciones Call	22
9.6. Black-Scholes para Opciones Put	22-23
9.7. Implementación e Interpretación	23-24
9.8. Algunos Inconvenientes de la Volatilidad Implícita.....	24
9.9. Aplicación Práctica.....	25-26
CAPITULO IV: ESTIMADOR	26-28
10. Estimador	26-27
11. La Función de Riesgo.....	27
12. El Error Cuadrático Medio (MSE) Mean-Square Error	27-28
CAPÍTULO V: RESULTADOS VOLATILIDADES	28-29
13. Datos	28-29
14. Exposición.....	29
RESULTADOS DE GOOGLE INC.....	29-31
15. Modelo de Garch (1,1) y EWMA	29-30
16. ¿Cómo Afecta Lambda al Resultado?	30
17. Modelo de la Volatilidad Histórica	30
18. Tamaño de la Muestra	30
19. Modelo de la Volatilidad Implícita.	31
20. Comparativa de los Cuatro Métodos.	31
RESULTADOS ADOBE SYSTEMS INC	31-33
21. Modelo de Garch (1,1) y EWMA	31-32

22. ¿Cómo Afecta Lambda al Resultado?	32
23. Modelo de Volatilidad Histórica	32
24. Tamaño de la Muestra	32
25. Modelo de Volatilidad Implícita	32
26. Comparativa para los Cuatro Métodos	33
RESULTADOS BIOGEN INC.....	33-35
27. Modelo de GARCH (1,1) y EWMA.....	33
28. ¿Cómo afecta Lambda al Resultado?.....	34
29. Modelo de Volatilidad Histórica	34
30. Tamaño de Muestras de Retornos	34
31. Modelo de Volatilidad Implícita	34
32. Comparativa de los Cuatro Métodos	34-35
CAPÍTULO VI: RESULTADOS CALCULO DE PRECIOS DE OPCIONES ..	35-37
33. Modelo De Jarrow Rudd Para Calculo De Precios.....	35
34. Datos	35-36
35. Resultados	36
36. Análisis de Resultados	36-37
TABLAS.....	38-45
BIBLIOGRAFÍA.....	46-48

INTRODUCCIÓN

El **objetivo** del presente trabajo es analizar qué efecto tiene en el “pricing” de Opciones Call Europeas Vanilla sobre acciones sin dividendo, el uso de estimaciones de volatilidades (sigma) obtenidas mediante distintos métodos. Para ello, estimaremos la volatilidad mediante cuatro métodos diferenciados, Volatilidad Histórica, EWMA, GARCH (1,1) y mediante la obtención de la volatilidad Implícita.

El estallido de la crisis financiera en 2007, puso en evidencia la delgada frontera existente entre la conocida como “economía real” y la puramente financiera. Esto hizo que los órganos reguladores se enfrentaran a un nuevo paradigma financiero, con nuevos productos derivados cada vez más complejos y con un alcance a escala mundial.

La creciente popularidad de los productos derivados ha llevado a una necesidad imperiosa por parte de los reguladores de encontrar modelos de valoración más adaptados a la creciente complejidad de los mismos. En este sentido, la valoración de opciones y en particular la valoración de una de las componentes clave para la formación de su precio (la volatilidad) constituye un tema de actualidad y de interés general para la sociedad en su conjunto.

Por otra parte la temática de la volatilidad es un tema muy popular en el campo financiero y resulta especialmente interesante su estudio debido a que permite a partir de ella estudiar temas como la formación de precios de productos como las opciones financieras

Existe así mismo un **interés personal**, debido a mi breve pero intensa experiencia profesional en el sector financiero. En este sentido, el trabajar en el día a día con productos financieros ha despertado en mí un interés en esta materia.

La **justificación** de por qué he decidido realizar este trabajo radica en que me resulta interesante el hecho de que en el sector algunos profesionales dedicados al trading de opciones se refiriesen a esta actividad como trading de volatilidades de opciones. Este hecho captó mi interés sobre la temática y me impulsó a intentar saber más sobre el porqué de esta nomenclatura.

En cuanto a las **fuentes y datos** utilizados para la realización del estudio, se ha optado por la diversificación. En concreto se han utilizado tanto fragmentos de tesis doctorales y “papers” de instituciones de reconocido prestigio (NYU o The University of Chicago entre otras) así como estudios y artículos publicados por prensa especializada (The Economist entre otros).

En cuanto a los datos utilizados en el presente trabajo, se ha optado por el uso de la página web de Yahoo Finance EEUU para la obtención de los datos (precios) históricos de la cotización de las acciones y por el portal del Chicago Board Options Exchange (CBOE) para la obtención de toda la información relativa a las opciones.

La **metodología** aplicada al presente estudio se basa en tratar en primera instancia de definir y analizar los modelos utilizados en la actualidad en el sector financiero para la valoración de la volatilidad de activos y tras calcular las volatilidades aplicar los distintos resultados obtenidos con cada uno de los modelos en el modelo binomial para calcular el precio de opciones. Esto nos permitirá analizar en qué medida afecta el modo de calcular la volatilidad en el cálculo del precio de una opción. Por otra parte, con respecto al software utilizado, todas las simulaciones se llevarán a cabo con Excel (Microsoft Office).

La **estructura** que se va a utilizar en este trabajo es la siguiente: En primer lugar se analizarán los antecedentes de la investigación. Para ello se realizará una breve introducción sobre el concepto de volatilidad y sobre las Opciones Call y Put. A continuación se introducirán y explicarán los modelos de Jarrow-Rudd, y los modelos de estimación de volatilidades: el modelo de volatilidad Histórica, EWMA, GARCH(1,1), y las volatilidades implícitas, el concepto de Error Cuadrático y se acabarán exponiendo y explicando los resultados obtenidos.

No queremos terminar, sin manifestar que se trata de una investigación y, por tanto, debe de ser una tarea inconclusa. En este sentido, dejaremos para posteriores trabajos la continuación de éste.

Por último, me gustaría agradecer al D. Juan Ayora todo el apoyo, ayuda y consejo que me ha prestado durante la elaboración del presente, sin los cuales, nada hubiese sido posible. Así mismo me gustaría agradecer a mis compañeros de Credit Suisse Polonia su apoyo moral prestado durante el duro proceso de la preparación del presente.

CAPITULO I: ANTECEDENTES

1 INTRODUCCION

Tras el estallido de la crisis financiera en 2007 y con la puesta en marcha de políticas monetarias no convencionales por parte de múltiples gobiernos a nivel mundial, ha quedado en evidencia el hecho de que no se puede analizar las finanzas, los mercados y sus riesgos de igual forma que en el pasado. En efecto, las finanzas y los mercados financieros en particular están viviendo unos años especialmente intensos en cuanto a incertidumbre económica y política respecta. Recientemente la crisis Griega, no constituye más que un evento que añade más incertidumbre al marco actual.

Todo ello hace que la medición de dicha incertidumbre haya ganado relevancia a lo largo de los últimos años y que se haya renovado el interés académico por el área.

En este sentido cabe destacarse que en términos generales la incertidumbre es definida como la volatilidad condicional de una alteración que es imprevisible. Un reto en el análisis empírico del comportamiento de la incertidumbre y su relación con la actividad macroeconómica, es que no existe una manera objetiva de medir la incertidumbre.

La volatilidad de los mercados financieros, puede cambiar con el tiempo incluso si no hay cambios en la incertidumbre sobre fundamentales económicos, si el apalancamiento cambia, si se dan cambios en la aversión al riesgo o en el sentimiento de mercado. Esto sucede debido a que existe heterogeneidad en la ciclicidad de la actividad económica de las empresas¹.

Del mismo modo cabe destacarse que pese a la creciente complejidad de los productos derivados financieros, la gran mayoría de estos tienen como nexo común que son afectados de forma directa e importante por la volatilidad del subyacente. En efecto, tal y como analizaremos con más detenimiento más adelante, el precio de las opciones es constituido como una función de una serie de variables entre las que debe destacarse la importancia de la volatilidad cuyo valor no está disponible en el mercado.

Por otra parte, en este contexto de crisis económica, incertidumbre política y desarrollo constante en la complejidad de los productos financieros utilizados, resurgen con fuerza nuevas presiones regulatorias. En efecto, las instituciones como la SEC, o el BCE están realizando grandes esfuerzos en cuanto a la adaptación de las regulaciones a estos cambios. En este sentido resulta de vital importancia el desarrollo de nuevos modelos financieros que permitan evaluar e interpretar la citada incertidumbre.

¹ K..Jurado; S.C. Ludvigson; S.Ng (2013)

A continuación realizaremos un análisis y comparación de una serie de modelos que son utilizados recurrentemente en el campo financiero a nivel mundial y que tienen como una de sus aplicaciones esenciales la previsión de volatilidades².

2 VOLATILIDADES

La volatilidad es generalmente definida en el campo financiero como la captación de los movimientos de un activo. Esta, se obtiene al calcular la desviación condicional estándar de los retornos del activo y se escribe como σ_t .

Entre las características más relevantes del concepto de volatilidad cabe destacar el hecho de que la volatilidad cambia a lo largo del tiempo y que no es directamente observable en datos diarios debido a que solo hay una observación por día de cotización (en nuestro análisis). Por otra parte, la volatilidad depende en gran medida de la cotización diaria y de la cotización intradía (u over night).

Otra característica clave de la volatilidad es que esta es calculada en base a la presunción de que el subyacente describe un movimiento browniano geométrico, el cual es derivado del modelo Black-Scholes (este modelo será analizado con más detenimiento en diferentes puntos más adelante) y explica la dinámica del precio del subyacente. Según este modelo, el precio sigue un proceso estocástico con una distribución lognormal.

Finalmente, nos gustaría resumir en los siguientes puntos otras características de la volatilidad que hemos considerado en el presente estudio:

- 1- La volatilidad aparece agrupada o en “clusters”. En efecto, tal y como comentaremos a lo largo del presente trabajo, la volatilidad tiende a tener periodos “tranquilos” de volatilidad baja intercalados por “clusters” de volatilidad alta³.
- 2- La volatilidad cambia a lo largo del tiempo
- 3- La volatilidad no crece a infinito; suele permanecer dentro de un rango
- 4- La volatilidad reacciona de forma distinta a una bajada de precios del activo subyacente que a una subida de los mismos. En efecto, cuando el precio de un activo subyacente baja, la volatilidad sube más que cuando sube (a esta característica se la conoce como efecto de apalancamiento)⁴.

²C. Brownlees; R. Engle; B. Kelly (2011)

³ J.Martínez Barbeito; C.Bouza Herrera; S.Allende Alonso; D. Chen (2005)

⁴ A. Grek (2014)

3 OPCIONES

Las opciones son un tipo de derivado financiero. Siendo los derivados financieros definidos como aquellos instrumentos financieros cuyo valor deriva de un activo subyacente.

Unos de los derivados financieros más comunes son las opciones sobre acciones y estas son de dos tipos las Opciones Call y las Put, pudiendo ambas ser cotizadas tanto en mercados regulados así como en no regulados (OTC)⁵.

3.1 Opciones Call

Sheldon Natenberg describió en su obra “*Option Pricing And Volatility*” las Opciones Call como el derecho a comprar o a tomar una posición “a largo” en un activo dado (generalmente una acción, una materia prima, un índice o un contrato de un futuro) a un precio fijado en una fecha especificada o con anterioridad a la misma⁶.

3.2 Opciones Put

Por su parte, una Opción Put es descrita por Sheldon Natenberg como el derecho a vender o a tomar “una posición en corto” en un activo dado a un precio fijado en una fecha especificada o con anterioridad a la misma⁷.

3.3 Utilidad y Ventajas de las Opciones

En cuanto al uso o utilidad que se le dan a este tipo de derivados financieros, son principalmente tres. La primera es el uso de las Opciones como Instrumento de cobertura, la segunda es como instrumento especulativo y la tercera es como instrumento que permite explotar oportunidades de arbitraje.

La principal ventaja que presentan las opciones frente a otros productos financieros son las siguientes: en primer lugar, permite al poseedor de la opción beneficiarse de las fluctuaciones en el precio de una acción (subyacente) sin estar en posesión de esta acción, pero ostentando el derecho de negociar sobre ésta en un momento futuro.

3.4 Contrato de una Opción

Las características principales de un contrato de una opción son las siguientes:

- 1- Se otorga el derecho de comprar o vender el activo subyacente
- 2- Una fecha de expiración
- 3- El tipo de opción: Europea(solo se puede ejercer en la fecha de expiración) o Americana (se puede ejercer en cualquier momento de la vida del contrato) entre otros tipos

⁵ Nasdaq Dubai

⁶ S. Natenberg (1994)

⁷ S. Natenberg (1994)

- 4- El precio “Strike” el precio predeterminado del activo subyacente al cual se podrá ejercer la opción
- 5- El “Premium” que constituye el precio del contrato de la opción a pagar por el comprador de la misma al vendedor⁸.

3.5 Valoración de una Opción / Cuando Ejecutar una Opción

La principal manera de valorar el precio de una Opción (o de averiguar si está “in the money” o no, es decir si se da una plusvalía para el dueño de la opción si este ejerce su derecho) es:

- a) Para una Opción Call: Una Opción Call está “in the money” si el precio del activo subyacente es mayor que el precio “strike” de la Opción Call. De este modo, el valor intrínseco de la Opción Call vendría dado por el Precio del subyacente menos el precio “strike”. De cualquier otro modo, el valor de la opción es cero⁹.

$$\text{Valor Intrínseco} = \text{Precio del subyacente} - \text{Precio "Strike"}$$

- b) Para una Opción Put: Una Opción Call está “in the money” si el Precio “Strike” es mayor que el precio del activo Subyacente de la Opción Call. De este modo, el valor intrínseco de la Opción Call vendría dado por el Precio “strike” menos el precio del activo subyacente. De cualquier otro modo el valor de la opción es cero¹⁰.

$$\text{Valor Intrínseco} = \text{Precio "Strike"} - \text{Precio del subyacente}$$

⁸ Nasdaq Dubai

⁹ Kenneth A Kim(2011)

¹⁰ Kenneth A Kim(2011)

CAPITULO II: VALORACION DE UNA OPCION

4 VALORACION DEL PRECIO DE UNA OPCION

Siendo la temática del presente trabajo la volatilidad del precio de las opciones, su sensibilidad a la misma y el análisis de distintos métodos para hallar la citada volatilidad, no nos centraremos en exceso en la metodología usada para el cálculo del precio de las opciones. Es por ello por lo que solo utilizaremos una única metodología que describimos a continuación.

4.1 El Método Binomial

En el presente trabajo se ha optado por el uso del modelo binomial o también conocido como método del árbol binomial para el cálculo del precio de opciones financieras. Este método tiene entre otras ventajas que matemáticamente es muy sencillo.

Resulta de vital importancia en la aplicación del modelo Binomial el entendimiento del concepto de Arbitraje o Ausencia del mismo. En efecto, el modelo Binomial asume una situación de *No Arbitraje* en el mercado. La no existencia de oportunidades de arbitraje consiste básicamente en que los participantes del mercado cuando invierten en inversiones libres de riesgo, estas generen un retorno *libre de riesgo* (*risk free rate of return*) y por otra parte en que no existen oportunidades de inversión que con una inversión nula (o de cero unidades monetarias) generen un retorno positivo. Por tanto, si no hay oportunidades de arbitraje en un mercado, esto quiere decir que no se pueden obtener retornos en el mismo sin incurrir en la toma de riesgos.

En este sentido, siguiendo esta línea argumental sobre los mercados y productos financieros en los que se puede aplicar el modelo Binomial, debe destacarse que la actividad de los especuladores en los mismos es fundamental para la formación de precios. En efecto, facilitan que los activos financieros como las opciones coticen dentro de una *horquilla* de precios relativamente pequeña y asumible para los inversores, que contribuye a incrementar la liquidez de los mismos¹¹.

A continuación citaremos las cinco hipótesis en las que se basa el modelo Binomial:

1. -El precio del activo subyacente sigue un proceso binomial
2. -Mercados perfectos sin costes de transacción ni impuestos.
3. -Existe un tipo de interés libre de riesgo al que tomar prestado y prestar
4. -La volatilidad es constante en el tiempo
5. -No existen restricciones a las posiciones cortas

¹¹ R. M. Conroy (2003)

4.2 El Modelo Cox Ross y Rubinstein

En este apartado, describiremos el modelo Binomial propuesto por Cox Ross y Rubinstein en 1979, para después en el siguiente punto presentar la expansión del modelo de Cox Ross y Rubinstein conocida como de Jarrow-Rudd que es la que utilizaremos en el presente trabajo.

Consideramos un portfolio de opciones constituido por una posición *larga* (*long*) de Δ opciones valoradas en F_0 y una posición corta con un valor c . Siendo el valor actual del portfolio $F_0\Delta - c$ y basándonos en la primera hipótesis citada anteriormente de que el precio del subyacente sigue un proceso binomial, estipulamos que el precio tiene dos posibles movimientos:

que suba: F_0u ($u > 1$) en un tiempo futuro T .
o que baje: F_0d ($d < 1$) en un tiempo futuro T .

De este modo, tenemos que los valores de la opción un periodo más tarde son los siguientes:

$$\begin{aligned}C_u &= \max(F_0u - X, 0) \\C_d &= \max(F_0d - X, 0)\end{aligned}$$

Donde, C_u es el precio de la Opción Call correspondiente al movimiento alcista y C_d es el precio de la Opción Call correspondiente al movimiento bajista.

El valor Δ puede ser escogido de tal modo que el portfolio sea riesgo cero independientemente del movimiento que realice el subyacente (alcista o bajista).

En este sentido, el portfolio tiene el mismo valor cuando:

$$\begin{aligned}F_0u\Delta - C_u &= F_0d\Delta - C_d \\ \Delta &= (C_u - C_d)/(F_0u - F_0d)\end{aligned}$$

En ausencia de oportunidades de arbitraje, un portfolio libre de riesgo debe ganar el retorno libre de riesgo r , por lo que tenemos:

$$\begin{aligned}F_0\Delta - C &= (F_0u\Delta - C_u)e^{-rT} \\ C &= F_0\Delta - (F_0u\Delta - C_u)e^{-rT}\end{aligned}$$

Sustituyendo Δ en la ecuación obtenemos,

$$C = [qC_u + (1 - q)C_d]e^{-rT}$$

Donde $q = \frac{e^{rt}-d}{u-d}$

Por tanto, en nuestro caso, q puede ser interpretada como la probabilidad de que los precios del subyacente se muevan de forma alcista de tal modo que la

probabilidad de que los precios se muevan de forma bajista sea $1 - p$. Del mismo modo el árbol binomial para una opción put se obtendría del siguiente modo:

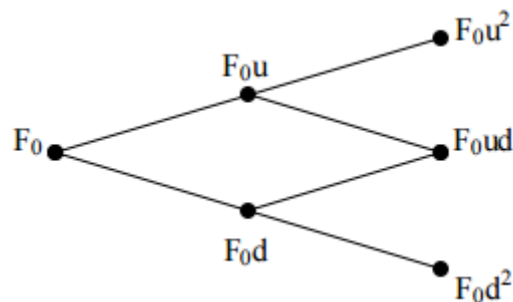
$$p = [qp_u + (1 - q)p_d]e^{-rt}$$

Donde p_u y p_d son precios de opciones put en situaciones de movimientos futuros alcistas y bajistas respectivamente.

A modo de ejemplo ilustrativo, vamos a mostrar cómo se hace un árbol binomial de un solo salto, sabiendo que este puede ser generalizado para n saltos. Adicionalmente, consideramos que cada salto tiene una longitud de:

$$\Delta t = T/n$$

Donde T es el momento o tiempo futuro



Siguiendo la argumentación anterior, para calcular el precio de una opción mediante el método binomial de n saltos necesitaremos los parámetros u y d (la obtención de estos dos parámetros será discutida más adelante), los cuales son usados para calcular los precios futuros de salto en salto hasta alcanzar el salto final. Una vez alcanzado el último salto, los precios finales serán calculados de la forma siguiente:

$$\max(F_0u^j d^{n-j} - X, 0) \text{ o } \max(X - F_0u^j d^{n-j}, 0)$$

dependiendo de que sean opciones Call o Put, donde $j = 0, 1, \dots, n$.

En este modelo, para obtener el precio actual de la opción, se hace un proceso de retroceso partiendo desde el último salto (o salto n) hacia atrás $n - 1, n - 2$ etc por tanto los precios de las opciones en el salto $n - 1$ son obtenidos a partir de los precios de las opciones en el salto n .

Con el fin de calcular el precio de una opción esperado futuro en un tiempo futuro T , partimos de la probabilidad de que los precios futuros suban (q). Del mismo modo, sabemos que el precio esperado futuro de la opción es siempre igual al precio actual futuro y por tanto tenemos que:

$$qF_0u + (1 - q)F_0d = F_0$$

$$q = \frac{1 - d}{u - d}$$

Finalmente, y siguiendo a D.Ji & B.W. Brorsen (2000), supongamos que la varianza del retorno del precio futuro en un periodo corto es el producto de la volatilidad al cuadrado σ^2 y la longitud del periodo Δt , entonces tenemos:

$$qu^2 + (1 - q)d^2 - [qu + (1 - q)d]^2 = \sigma^2 \Delta t$$

Una solución para los tres parámetros en estas dos ecuaciones, asumiendo que nos dan σ^2 (recordemos que el objetivo del presente trabajo es calcular de distintos modos este parametro), es propuesta por Cox Ross y Rubinstein (1979) quienes añadieron un $ud = 1$ adicional por lo que finalmente obtenemos¹²:

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}} \quad d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}}$$

4.3 El Modelo Jarrow-Rudd

El modelo de Jarrow-Rudd es una extensión del modelo Binomial de Cox Ross y Rubinstein que tiene la particularidad de que no es un árbol binomial de riesgo neutral y de hecho no es uno de los pocos sino el único que no lo es. De este modelo se despeja¹³:

$$u_n = e^{\mu\Delta T + \sigma\sqrt{\Delta T}}$$

$$d_n = e^{\mu\Delta T - \sigma\sqrt{\Delta T}}$$

$$\mu = r - \frac{1}{2}\sigma^2$$

$$p = \frac{1}{2}$$

¹² D.Ji & B.W. Brorsen (2000)

¹³ M. S. Joshi (2008)

CAPITULO III: MODELOS DE ESTIMACION DE VOLATILIDADES

5 MODELOS DE ESTIMACION DE VOLATILIDADES

El criterio utilizado a la hora de seleccionar los modelos objeto de estudio han sido principalmente criterios de relevancia de los modelos y de popularidad en el sector. En efecto, el modelo de GARCH, el de EWMA, la Varianza histórica y el concepto de volatilidad implícita obtenida a partir del modelo de Black-Scholes son cuatro de los modelos más populares y globalmente utilizados por los profesionales del sector¹⁴. Por otra parte la volatilidad histórica es la forma más básica de obtener volatilidades y por tanto parece lógico empezar por él.

6 EL MODELO DE VOLATILIDAD HISTÓRICA

Es el modelo más sencillo matemáticamente y tal y como hemos comentado anteriormente se trata de expresar la volatilidad en términos de desviaciones típicas (σ) o de varianzas (σ^2). En nuestro caso, calcularemos la varianza de los retornos de los activos objeto de estudio, obteniendo así la volatilidad de los retornos de los activos r_t sobre un periodo $[t + 1, t + h]$.

De este modo la varianza para un periodo de k -días se obtendría de la siguiente manera:

$$\hat{\sigma}_t^2(k) = \frac{1}{k-1} \sum_{i=0}^{k-1} (r_{t-i} - \bar{r})^2$$

Donde la media simple del rendimiento de los activos es la estimación de la media μ y se escribe como:

$$\bar{r} = \frac{1}{k} \sum_{i=0}^{k-1} r_{t-i}$$

La estimación del retorno esperado por la media simple reduce el grado de libertad por uno lo cual resulta en la división de las desviaciones cuadradas por $(k - 1)$.

Siguiendo con el punto anterior, si la media μ es conocida entonces la varianza de k periodos viene dada por:

¹⁴ J.Martínez Barbeito; C.Bouza Herrera; S.Allende Alonso; D. Chen (2005)

$$\hat{\sigma}_t^2(k) = \frac{1}{k} \sum_{i=0}^{k-1} (r_{t-i} - \mu)^2$$

Un punto importante con respecto a la estimación de la varianza histórica que resalta R.Minkah (2007) es el ruido de la estimación del retorno medio. Según este mismo autor, ello se debe a que la media del retorno logarítmico depende del rango de los retornos de las series en tanto que:

$$\bar{r} = \frac{\sum r_t}{k} = \frac{\sum (\ln P_t - \ln P_{t-1})}{k} = \frac{\ln P_t - \ln P_{k-k+1}}{k}$$

Por tanto, el retorno medio no tiene en cuenta el movimiento de los precios o el número de precios del periodo. En general se suele asignar un valor nulo a la media con el fin de obtener mejores previsiones¹⁵.

6.1.1 Aplicación Práctica

En nuestro caso, hallaremos la varianza histórica usando como herramienta de cálculo el programa Excel (Windows) y su fórmula VAR la cual aplicaremos sobre los retornos de los activos. Estos retornos serán hallados usando también el programa de Excel con la fórmula $\ln [(n)/(n-1)]$.

7 EL MODELO DE VOLATILIDAD DE ALISADO EXPONENCIAL (EWMA, EXPONENCIAL AVERAGE APPROACH).

7.1 Introduccion

El modelo EWMA, fue propuesto por el banco estadounidense J.P. Morgan en 1996 (en el documento “VaR Risk Metrics”). El objetivo de este modelo es pronosticar volatilidad condicional en el corto plazo de retornos de activos en términos de varianza condicional¹⁶.

Una de las características de este modelo frente a otras alternativas es que el modelo EWMA otorga mayores pesos a los datos más recientes. Esto hace que tenga una reacción más rápida a cambios drásticos que tengan lugar en el mercado. En este sentido, si al igual que en otros modelos que estudiaremos más adelante, se otorgase el mismo peso a todos los datos, resultaría complejo percibir movimientos “extraordinarios” en el mercado y sus efectos en la volatilidad

¹⁵R. Minkah (2007)

¹⁶ Z.Lu; H.Huang & R.Gerlach (2010)

estudiada ya que quedarían “maquillados” por el resto de datos históricos. Por tanto es de gran importancia resaltar que este modelo al contrario que otros como el utilizado para la obtención de la volatilidad implícita (Black-Scholes) que veremos más adelante, considera que la volatilidad no es constante a lo largo del tiempo. El modelo EWMA tal como mencionado anteriormente, al otorgar mayores pesos a los datos más recientes, lidia con este hecho y considera así que los datos recientes tienen un mayor impacto sobre datos futuros y en este sentido grandes saltos en un pasado reciente afectarán en mayor medida que grandes saltos dados en un pasado lejano¹⁷.

Otro supuesto en el que se basa en modelo es en que los retornos financieros deben seguir una distribución Gaussiana para que sea eficiente el modelo. Se considera por tanto que si los retornos financieros no siguen dicha distribución, se otorgará demasiado peso a retornos extremos o excepcionales. Siguiendo esta argumentación, se considera que cuando los retornos sean leptocurticos, el estimador estándar EWMA será consistente, pero será asintóticamente ineficiente poniendo demasiado peso en observaciones que son demasiado grandes o demasiado pequeñas y otorgando demasiado poco peso a aquellas observaciones que son más moderadas (Guermat & Harris, 2001).

7.2 El Modelo

Como hemos comentado anteriormente, una de las características del modelo EWMA, es que el valor de las ponderaciones disminuye con el uso de datos del pasado, en este sentido partimos de la siguiente formula:

$$\sigma_{t+\frac{1}{T}}^2 = (1 - \lambda) \sum_{i=0}^{\infty} \lambda^i R_{t-i}^2$$

La cual se puede sustituir por la siguiente formula:

$$\sigma_{t+\frac{1}{T}}^2 = \lambda \sigma_{\frac{1}{T}-t}^2 + (1 - \lambda) R_t^2$$

Donde R_t es el rendimiento diario sobre el activo con media cero, $\lambda \in (0, 1)$. Adicionalmente se elige un valor arbitrario para σ_0 . Los valores para $(1 - \lambda)\lambda^i$ disminuyen exponencialmente, dando sentido al nombre del esquema que se conoce como “exponentially weighted moving average (EWMA)”¹⁸.

Cabe decirse que se considera que la fórmula del EWMA es Recursiva. Esto es debido a que lambda de hoy es una función del lambda de ayer y en esta recursión incluimos la serie infinita que precedía por lo que esta EWMA es una varianza condicional que se va actualizando con nueva información que es reflejada en gran medida por el cuadrado de los retornos.

¹⁷ Z.Lu; H.Huang & R.Gerlach (2010)

¹⁸ J.Martínez Barbeito; C.Bouza Herrera; S.Allende Alonso; D. Chen (2005)

Es habitual en Finanzas usar el EWMA para cuadrados de retornos diarios de diversos tipos de activos, en este caso tenemos:

$$\text{VAR}(\alpha)_{t+1} = \sigma_{t+1} F^{-1}(\alpha),$$

$$\sigma_{t+1}^2(r_t) = \lambda \sigma_t^2 + (1 - \lambda) r_t^2,$$

$$\hat{\sigma}_t^2 = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n r_t^2$$

7.3 Consideraciones Finales Sobre el Modelo

El presente modelo objeto de estudio, tal y como comentado anteriormente otorga pesos que disminuyen geoméricamente a observaciones pasadas, asignando de este modo mayor peso o importancia a las observaciones más recientes.

Adicionalmente resulta importante recalcar que el modelo de J.P. Morgan se basa en la predicción de la volatilidad condicional de los retornos a corto plazo de activos a través del uso de varianzas condicionales.

Finalmente una característica del modelo a tener en cuenta en su aplicación es que este método funciona para activos financieros siempre y cuando las series de datos (retornos de los activos) siguen o casi siguen una distribución Gaussiana¹⁹.

8 GARCH (1,1) O DE VARIANZA CAMBIANTE (GENERALIZED AUTOREGRESSIVE CONDITIONAL HETEROSCEDASTICITY)

8.1 Introducción

Los modelos Autorregresivos con Heterocedasticidad Condicional (ARCH) fueron introducidos por Engle en 1982 y su generalización los llamados modelos GARCH (modelos de Heteroscedasticidad Condicional Autorregresiva Generalizada) (Bollerslev, 1986), son considerados los modelos de series temporales más populares en la literatura financiera reciente²⁰.

El modelo simple GARCH es muy similar al modelo EWMA. En este sentido, ambos son autoregresivos, esto significa que las previsiones dependen de una media ponderada de volatilidades pasadas. La diferencia esencial reside en que la

¹⁹ Z. Lu; H.Huang & R.Gerlach (2010)

²⁰ H. Claessen & S. Mittnik (2002)

aproximación GARCH es un modelo estocástico, puesto que los cambios en la volatilidad son aleatorios²¹.

8.2 El modelo

El modelo GARCH o de Varianza cambiante, considera que los rendimientos del activo R_t son condicionalmente normales con una media igual a cero, es decir:

$$R_t = \varepsilon_t \sigma_t \quad \varepsilon_t \approx niid(0,1)$$

El elemento estocástico lo ofrece ε_t siendo la varianza condicional de R_t :

$$VaR(R_t) = \sigma_t^2 \text{ siendo } VaR(\varepsilon_t) = 1 \text{ por hipótesis}$$

La ecuación anterior es variante en el tiempo. Los modelos GARCH concluyen que las varianzas tienen autocorrelación, es decir que la varianza de un día depende de la varianza del día anterior.

La fórmula del modelo GARCH viene dada por:

$$\sigma_{t+1}^2 = \gamma + \alpha R_t^2 + \beta \sigma_t^2$$

En este modelo se usan tres pesos que son representados por tres letras griegas γ, α y β (se constata que en contraste en el modelo EWMA tan solo hacíamos uso de λ). En nuestro modelo, Gamma (γ) es el peso atribuido a largo plazo. El hecho de añadir este término nos permite hacer que la varianza sea “persistente”. O dicho de otro modo, hace que tienda a esta varianza en el largo plazo. Se considera que una varianza es persistente cuando los periodos de turbulencia alta le siguen períodos del mismo signo o viceversa.

El grado al que tienda a esta varianza a largo plazo es lo que se conoce como nivel de persistencia y este va a depender del peso que se le va a asignar a la varianza a largo plazo.

Finalmente, con respecto al concepto de persistencia, debe añadirse que se considera que en este modelo, la varianza es persistente siempre que $\alpha + \beta$ esté próximo a la unidad.

El segundo peso del modelo, Alpha (α) va multiplicado por el retorno al cuadrado (R_t^2), al igual que en el modelo de EWMA. Finalmente, Beta (β) que es tercer peso asignado del modelo, va multiplicado por la varianza (σ_t^2).

Finalmente, al igual que en el modelo EWMA, se da la característica de recursión en el modelo de GARCH. Esto se debe a que la estimación de la varianza a día de hoy es una función de la varianza en el día de anterior. Adicionalmente, el sumatorio de los pesos $\gamma + \alpha + \beta$ debe ser igual a uno.

²¹ J.Martínez Barbeito; C.Bouza Herrera; S.Allende Alonso; D. Chen (2005)

8.3 Consideraciones Finales Sobre el Modelo

Los modelos GARCH pueden en principio utilizar cualquier distribución apropiada para los rendimientos. También debe tenerse en cuenta que el modelo GARCH al igual que el EWMA considera que la varianza no es constante. En efecto, tal y como hemos comentado anteriormente en el presente trabajo, la volatilidad tiende a tener periodos “tranquilos” de volatilidad baja intercalados por “clusters” de volatilidad alta.

Otro importante punto relacionado con las características intrínsecas de la volatilidad en las que se basa el modelo, es que el modelo GARCH considera que existen en cierta medida agrupaciones de volatilidad o “clusters”. Esto significa que si se dan fuertes fluctuaciones en el mercado, estas tienden a venir acompañadas por periodos de similares características en términos de volatilidad. Por otra parte, y siguiendo el mismo hilo argumental, periodos de estables (en términos de volatilidad) tienen una mayor propensión a venir seguidos por otros periodos estables.

Por tanto este tipo de modelos recoge los rápidos movimientos que tienen las volatilidades así como las autocorrelaciones que constituyen como hemos mencionado anteriormente un pivote clave del modelo²².

En este sentido, se podría decir que el atractivo del modelo GARCH se basa en que es capaz de tener en cuenta no solo los “agrupamientos de volatilidad” o Clusters sino que también tiene en cuenta las distribuciones de retornos no condicionales con colas anchas. Ambos factores son características típicas de la volatilidad en retornos de activos financieros. Por tanto se puede decir que la estimación llevada a cabo por el modelo GARCH se basa tanto en la estimación de la media como de la ecuación de la varianza condicionada²³.

También resulta importante resaltar que, tal y como se puede deducir de las formulas del modelo GARCH la volatilidad futura viene determinada en gran medida por la volatilidad pasada a diferencia de los modelos brownianos en los que se estipula que las fluctuaciones de precios no están influidas por eventos pasados.

Esta dependencia a los valores pasados otorgan al modelo GARCH la característica de ser un modelo Autorregresivo. Esto es que existe una autocorrelacion distinta a cero entre los eventos actuales y los pasados. Siguiendo esta idea, teniendo en cuenta la postura generalizada en la literatura financiera con respecto a la idea de que existe autocorrelación en la volatilidad de activos financieros, se puede afirmar que esta característica otorga ciertas ventajas a priori al modelo GARCH y al modelo de EWMA frente a otros modelos²⁴.

²² A. Novales (2013)

²³ H. Claessen & S. Mittnik (2002)

²⁴ J.Martínez Barbeito; C.Bouza Herrera; S.Allende Alonso; D. Chen (2005)

9 VOLATILIDAD IMPLÍCITA

9.1 Introducción

La volatilidad implícita de una opción consiste básicamente en obtener / despejar de la fórmula de Black-Scholes la volatilidad que da el mercado para un precio de una opción.

Como la volatilidad del activo subyacente es la que define todos los precios de las opciones en un modelo Black-Scholes lognormal, al conocer el precio o la volatilidad de una opción, se puede calcular el otro parámetro.

Por otra parte, al ser la volatilidad de una opción una variable no observable y el precio de una opción sí, se puede invertir la fórmula de Black-Scholes para determinar el valor Black-Scholes de la volatilidad que dará un precio de Black-Scholes correspondiente al precio de mercado observado. Por tanto, a este valor obtenido de la volatilidad se le conoce como volatilidad Implícita (Schmalensee & Trippi, 1978).

De este modo, la volatilidad Implícita puede ser obtenida mediante la resolución de la ecuación anteriormente citada. En este sentido cabe decirse que el principal uso de la fórmula Black-Scholes no es para hallar el precio de las opciones sino que es usada como un medio para hallar la volatilidad implícita principalmente y así poder “tradear” en términos de volatilidad.

Debe destacarse así mismo que la volatilidad implícita no es necesariamente igual a la varianza de los retornos del activo subyacente ya que es extraída de los precios de las opciones y no de datos históricos del activo subyacente. En términos generales por tanto ambos valores son distintos.

9.2 El Modelo

En los siguientes epígrafes se tratará de describir y explicar brevemente los fundamentos y usos del modelo de Black-Scholes en cuya fórmula se basa la obtención de la Volatilidad Implícita.

9.3 El Modelo de Black-Scholes

En 1973, Fisher Black (Universidad de Chicago) y Myron Scholes (del MIT) publicaron un “paper” en el “Journal of Political Economy”²⁵ titulado “The Pricing of Options and Corporate Liabilities” en el cual dieron a conocer al mundo su modelo conocido como el modelo de “Black-Scholes”²⁶.

9.4 Supuestos y Propiedades esenciales de la fórmula Black-Scholes

Los supuestos de la fórmula de Black-Scholes son:

- a) El precio del activo subyacente sigue una ruta aleatoria lognormal

²⁵ F. Black and M. Scholes (1973)

²⁶ Steven P. Lalley

- b) Los inversores pueden ajustar su cobertura continua y gratuitamente
- c) Se conoce la tasa libre de riesgo
- d) El activo subyacente no paga dividendos²⁷ (en nuestro caso se han analizado las volatilidades de tres acciones que no pagan dividendos)

Algunas propiedades del Modelo de Black-Scholes son:

- a) El valor de la Opción Call se incrementa con el nivel del precio de la acción P
- b) El valor de la Opción Call se reduce con el valor presente del precio de ejercicio VP(EX), que a su vez depende de la tasa de interés y el tiempo hasta el vencimiento.
- c) El valor de la Opción Call se incrementa con el tiempo que falta hasta el vencimiento y la variabilidad de la acción $(\sigma\sqrt{t})$ ²⁸.

9.5 Black-Scholes para Opciones Call

Para calcular el precio de las Opciones Call mediante Black-Scholes se hará uso de las siguientes fórmulas²⁹:

Valor de la Opción de Compra = (delta X Precio de la acción) – (préstamo bancario)

$$\text{Valor de la Opción de Compra} = [N(d1)X P] - [N(d2)X VP(EX)]$$

Donde:

$$d1 = \frac{\log[P/VP(EX)]}{\sigma\sqrt{t}} + \frac{\sigma\sqrt{t}}{2}$$

$$d2 = d1 - \sigma\sqrt{t}$$

Y donde:

N(d) = función de densidad de probabilidad normal acumulativa

EX = precio de ejercicio de la opción; VP(EX) se calcula descontando la tasa de interés libre de riesgos rf

t = número de periodos hasta la fecha de ejercicio

P = precio de la acción hoy

σ = desviación estándar por periodo de la tasa de rendimiento (compuesta continuamente) de la acción

9.6 Black-Scholes para Opciones Put

Del mismo modo para calcular precio de las Opciones Put mediante Black-Scholes se hará uso de las siguientes fórmulas³⁰:

Valor de la Opción de Venta = (préstamo bancario) – (delta X Precio de la acción)

$$\text{Valor de la Opción de Venta} = [N(d2)X VP(EX)] - [N(d1)X P]$$

Donde

²⁷ Brealey, Myers and Allen (2010)

²⁸ Brealey, Myers and Allen (2010)

²⁹ Brealey, Myers and Allen (2010)

³⁰ Brealey, Myers and Allen (2010)

$$d1 = \frac{\log[P/VP(EX)]}{\sigma\sqrt{t}} + \frac{\sigma\sqrt{t}}{2}$$

$$d2 = d1 - \sigma\sqrt{t}$$

Y donde:

$N(d)$ = función de densidad de probabilidad normal acumulativa

EX = precio de ejercicio de la opción; $VP(EX)$ se calcula descontando la tasa de interés libre de riesgos r_f

t = número de periodos hasta la fecha de ejercicio

P = precio de la acción hoy

σ = desviación estándar por periodo de la tasa de rendimiento (compuesta continuamente) de la acción

9.7 Implementación e Interpretación

Como hemos comentado anteriormente, el modelo de Black-Scholes, permite deducir la volatilidad implícita de una opción, forzando el precio que de ella se deriva a coincidir con el precio observado en el mercado. En nuestro caso lo hemos hecho mediante la función de Excel de *Buscar*.

Con respecto a la interpretación del valor obtenido, la volatilidad implícita ha de ser interpretada como el nivel de volatilidad vigente en el mercado desde el momento de la inversión de la fórmula de Black-Scholes hasta el vencimiento de la opción. Sin embargo, no siendo dicha volatilidad constante en el tiempo, es cuestionable la interpretación del valor numérico obtenido para la volatilidad implícita. En efecto, el modelo de Black-Scholes presupone una volatilidad constante para el precio del activo subyacente, (al contrario que los modelos GARCH o de EWMA analizados anteriormente) que permite deducir la expresión analítica del precio teórico de una opción Europea sobre dicho activo.

Por otra parte, en referencia a la interpretación de la volatilidad implícita, cabe decirse que esta suele interpretarse como una expectativa de mercado y tal y como comentado anteriormente, viene expresada en términos del valor medio de volatilidad vigente para el periodo mencionado.³¹ En este sentido cabe destacarse que la volatilidad implícita viene expresada en términos anuales por lo que el resultado obtenido hay que adecuarlo al uso que le queramos dar. En nuestro caso hemos multiplicado cada volatilidad implícita obtenida por la raíz cuadrada de uno partido por el número de días laborables en un año, obteniendo así la volatilidad implícita a un día.

$$\text{Volatilidad Implícita} * \sqrt{1/252}$$

Finalmente y siguiendo el hilo de la argumentación anterior, si los mercados financieros usan la información de forma eficiente, la información pasada no debería ayudar a predecir la volatilidad futura. Lo ideal es que la volatilidad implícita obtenida a partir de los precios de opciones refleje la volatilidad

³¹ A. Novales (2013)

esperada por los participantes del mercado, y debería bajo la asunción de racionalidad constituir un predictor eficiente de la volatilidad.

Algunos estudios (Chiras & Manaster, 1978; Schmalensee & Trippi, 1978) han demostrado que la volatilidad implícita depende en gran medida del tipo de datos y de la duración del periodo medio utilizado para calcular la volatilidad implícita, pero que en general, la volatilidad implícita es un buen predictor de la volatilidad futura del activo subyacente.

Por último, debe tenerse en cuenta que pese a que la no dependencia de la volatilidad implícita al precio Strike, existen estudios empíricos de las volatilidades implícitas (Dumas, 1996; Jackwerth, 1996) que han demostrado que existe una dependencia sistemática de la volatilidad implícita al precio de ejercicio y a la *maturity* de la opción³².

9.8 Algunos Inconvenientes de la Volatilidad Implícita

El esencial problema asociado al concepto de volatilidad implícita es que se basa en el buen funcionamiento de un modelo de cálculo de precios de opciones financieras, en este caso el modelo de Black-Scholes, el cual tal y como comentado anteriormente requiere de una volatilidad constante y tal como se ha comentado anteriormente, en la actualidad se sabe que la volatilidad de muchos activos no es constante en el tiempo.

Para verificar por tanto cuán importante es este error, algunos estudios (Hull y White, 1987; Feinstein, 1989) han analizado cómo puede afectar la asunción de la volatilidad como constante en el tiempo a la valoración de la volatilidad implícita. En este estudio, se demostró que para opciones “at-the-money” el modelo consigue estimar valores relativamente imparciales de la media de la volatilidad a lo largo del resto de la vida de la opción siempre que la volatilidad sea estocástica y no esté correlacionada con el consumo agregado. Esto se debe, (según su estudio) a que en las opciones “at-the-money” el modelo de Black-Scholes es casi lineal en volatilidad media.

Por tanto centrarse en opciones at-the-money, no solo ayuda a minizar la imparcialidad inducida por opciones poco liquidas, sino también a minimizar el error de especificación debido a la asunción de la validez del modelo de Black-Scholes en sí mismo³³.

Otro punto relevante a tener en cuenta consiste en que el modelo de Black-Scholes se considera que las fluctuaciones del activo subyacente siguen una distribución lognormal. La debilidad de esta lognormalidad del modelo es mundialmente reconocida sin embargo, resulta complicado hallar una alternativa basada en procesos estocásticos que sea capaz de reproducir de forma satisfactoria el movimiento de los precios del subyacente (Cont. 1998).

³²R. Cont (1998)

³³ H. Claessen & S. Mittnik (2002)

9.9 Aplicación Práctica

G.Serna Calvo (2000), estipula en su tesis doctoral titulada Ensayos Sobre la Sonrisa de Volatilidad en Mercados de Opciones, que la relación empírica que se observa entre la volatilidad implícita y el precio de ejercicio adopta usualmente dos tipos de patrones: una función cuadrática (la llamada sonrisa de volatilidad o ‘volatility smile’) o una función monótona decreciente (la llamada ‘sneer’ o mueca). Siguiendo al citado autor, establecemos que el activo subyacente al vencimiento tenga ambas colas “más pesadas” que la distribución lognormal. En este escenario, una opción de compra que esté significativamente fuera de dinero sólo tendrá valor en la medida en que pueda producirse un gran aumento en el precio del subyacente. Por tanto, su valor sólo dependerá de la cola derecha de la distribución. Es decir, la fórmula de BS tenderá a infravalorar opciones de compra fuera de dinero. Finalmente, G.Serna Calvo (2000) comenta que los sesgos para opciones en dinero pueden obtenerse por medio de la paridad ‘put-call’ y que por tanto, una distribución con ambas colas más ‘pesadas’ que la lognormal se correspondería con una sonrisa de volatilidad (función de volatilidad implícita cuadrática), ya que en ese caso la fórmula de BS tendería a infravalorar opciones en dinero y fuera de dinero³⁴.

Tal y como hemos comentado anteriormente en el presente trabajo, la importancia de la volatilidad como parámetro en el modelo de Black-Scholes reside en que es la única variable que no es observable en el mercado por lo que su valor viene sujeta al juicio subjetivo de cada analista.

Del mismo modo, se considera que la volatilidad implícita es el único parámetro que varía en función de la demanda y de la oferta en el modelo. Por tanto la volatilidad implícita es una métrica de valoración de la opción. De hecho, la volatilidad implícita tiene tanto protagonismo en el “pricing” de las opciones que entre los profesionales del sector se conoce al “trading” de opciones como “trading” de volatilidad.

Siguiendo este hilo argumental, cuando se da una presión compradora en el mercado (es decir que más participantes del mercado compran una opción dada), el precio de esta opción sube.

De este modo, y tal y como hemos comentado anteriormente en el presente trabajo, al ser el resto de las variables dadas por el mercado (consideradas fijas), la volatilidad implícita sube cuando el precio de la opción sube y viceversa.

Por tanto, cuando la volatilidad implícita sube demasiado, esto quiere decir que se está pagando demasiado por la opción en el mercado. En este sentido entre profesionales del sector se ha normalizado el hecho de dar precios de opciones en términos de volatilidades (por ejemplo: la opción X está cotizando al 16%).

En este caso, en el sector financiero, se suele considerar el hecho de que la volatilidad de la opción sea mayor que la del subyacente como una señal de

³⁴ G. Serna Calvo (2000)

peligro. Cuando se da esta situación, se suele interpretar como que el mercado considera que la volatilidad del subyacente será mayor en el futuro de lo que lo ha sido en el pasado (considerándose como futuro la vida de la opción).

Siguiendo la argumentación anterior, cuando la volatilidad implícita sube se está pagando más por la misma opción. En otras palabras, cuanto menor sea la volatilidad implícita, más barato será el premium.

Por tanto cuando se compra una opción es conveniente no solo analizar el activo subyacente sino también si se está pagando demasiado o no por la opción. Cuando se hace uso de una opción se está “apostando” por dos cosas, por una parte se apuesta por la dirección que va a tomar el precio de la subyacente y por otra parte se apuesta por el movimiento de la volatilidad implícita³⁵. Por tanto si la volatilidad implícita de una opción incrementa, (ceteris paribus) se genera una ganancia para el inversor. Mientras que por el contrario, si la volatilidad implícita de una opción baja (ceteris paribus) el inversor perderá dinero³⁶.

Finalmente, resaltar que se considera que en general la volatilidad implícita es siempre mayor a la volatilidad actual y que la volatilidad implícita es mayor para las opciones “in the money” y para las opciones “out of the money” que para las opciones “at-the-money”³⁷.

CAPITULO IV: ESTIMADOR

10 ESTIMADOR

Con el fin de evaluar cuál de los métodos utilizados para estimar la volatilidad futura de los activos es mejor o se aproxima más a los valores reales, se va a utilizar un estimador.

Los estimadores (a veces denominados también reglas de decisión) son reglas usadas para el cálculo de una estimación de una cuantía desconocida que está basada en unos datos dados observados.

En este sentido, utilizamos $\theta \in \Theta \subseteq \mathbb{R}^n$ para referirnos al vector parametro desconocido $X \in \mathbb{X} \subseteq \mathbb{R}^n$, y así referirnos al vector aleatorio y del mismo modo utilizamos X para referirnos a los datos realizados.

Por tanto, un estimador es una expresión $\hat{\theta}$ de un conjunto de datos \mathbb{X} del parametro del espacio denominado Θ .

Como ejemplo de un estimador “estandard” tenemos para $X \sim N(\theta, \sigma^2 I_n)$,

³⁵ Think Trade

³⁶ The Economist

³⁷ J. Y. Campbell (2006)

$$\hat{\theta}(X) = X$$

Este estimador es muy directo/sencillo, en el sentido en el que tan solo se realiza una medición para cada cantidad desconocida y utilizamos la medida obtenida como estimador de la cantidad desconocida.

11 LA FUNCION DE RIESGO

En este punto vamos a intentar describir en que nos basaremos para determinar y medir la bonanza de los estimadores utilizados.

Intuitivamente, se puede establecer que un estimador es bueno si su valor es cercano al parametro desconocido de interes o de forma equivalente se considera un estimador como bueno si el error de estimacion es pequeno en comparacion al obtenido con otros estimadores.

Utilizaremos la funcion de perdida (Loss Function): $L(\theta, \hat{\theta})$ con el fin de caracterizar la estimacion de error.

El error cuadratico o perdida cuadratica se define como:

$$L(\theta, \hat{\theta}(X)) = |\hat{\theta}(X) - \theta|^2,$$

Se puede apreciar en la formula que la funcion de error cuadratico (funcion de perdida) hace uso de datos especificos. Sin embargo, en la mayoria de los casos nos interesara obtener un juicio global de la bondad de la estimacion de un estimador dado.

Aqui es cuando entra en juego la funcion de riesgos $R(\theta, \hat{\theta})$, la cual es definida como el valor esperado de una funcion de perdida, expresandose de la siguiente manera:

$$R(\theta, \hat{\theta}) = \mathbb{E}_{\theta} L(\theta, \hat{\theta}(X)),$$

Donde \mathbb{E}_{θ} es la expectativa sobre todos los valores de la poblacion X .

12 EL ERROR CUADRATICO MEDIO (MSE) MEAN-SQUARE ERROR

Finalmente, llegamos al concepto de Error cuadratico medio. El Error Cuadrático Medio (ECM) permite medir el error de prediccion y corresponde a una funcion cuadratica de perdida que viene definida por³⁸:

³⁸ S.Zheng

$$R(\theta, \hat{\theta}) = \mathbb{E}_{\theta} |\hat{\theta}(X) - \theta|^2$$

Para un estimador ordinario $\hat{\theta}(X) = X$

bajo $X \sim N(\theta, \sigma^2 I_n)$, $R(\theta, \hat{\theta}) = \mathbb{E}_{\theta} |X - \theta|^2 = n\sigma^2$

Siguiendo con el concepto de Error cuadrático, se puede constatar que existe una relación interesante entre sesgo, la varianza y el error cuadrático medio (MSE) de cualquier estimador. Pudiéndose descomponer el error cuadrático medio en sesgo y varianza del siguiente modo:

$$E_{\theta}((\theta - \hat{\theta})^2) = B_{\hat{\theta}}(\theta)^2 + V_{\hat{\theta}}(\theta)$$

Por tanto esto nos lleva a concluir que el error cuadrático medio no es más que la suma de un término que mide cuánto se aleja el estimador en media (no en media al cuadrado) de los valores realmente dados y de un término que mide la variabilidad del estimador³⁹.

CAPITULO V: RESULTADOS DE VOLATILIDADES

13 DATOS

Siendo el principal objetivo del presente estudio el análisis de la volatilidad de una acción y como esta afecta a la formación del precio de una opción; tomaremos como activo subyacente analizado, las acciones de Google Inc. (con ticker GOOG cotizada en el Nasdaq), Adobe Systems Inc. (con ticker ADBE, cotizada en el Nasdaq) y Biogen Inc. (con ticker BIIB, cotizada en el Nasdaq). Se ha elegido a analizar la cotización de tres compañías con el fin de evitar tomar conclusiones a partir de una sola compañía que pueda estar afectada por eventos o circunstancias que solo la afecten a ella y que ello pueda sesgar de forma significativa los resultados obtenidos en el estudio.

Para la obtención de los precios históricos de estas acciones, se ha acudido al portal <http://finance.yahoo.com/>. Con respecto al tamaño de la muestra elegida, se han tomado datos de 1 mes, 3 meses y 6 meses de cotizaciones a cierre diario.

Por otra parte, debido a la estructura común de los modelos de GARCH y EWMA, se ha optado por exponer en la tabla de resultados los resultados obtenidos bajo diferentes lambdas (λ). En concreto se ha optado por estimar las volatilidades de forma recursiva para lambdas de 99%, 95%, 90%, 85% y 80%. Gracias a ello podremos analizar no solo el efecto que tiene el tamaño de la muestra utilizada al usar datos de uno, tres y seis meses sino también el efecto que tiene en los resultados la velocidad a la cual se disminuye el peso atribuido a los datos menos recientes.

³⁹ L.Paninski (2008)

Con respecto al error cuadrático, lo hemos calculado comparando la volatilidad medida en términos de varianza tanto en el modelo EWMA como en el GARCH(1,1) frente al dato obtenido de la varianza obtenida del resultado de los retornos de $n+1$ (es decir en nuestro caso el día 23 de junio) y el día n (22 de junio) es decir el último día tenido en cuenta en los cálculos para los modelos GARCH Y EWMA. La volatilidad histórica la mediremos como la varianza de los retornos obtenidos hasta el día 22 de Junio incluido. Por último, comentar que el resultado del cálculo del precio de la opción será comparado frente al precio de las opciones a cierre del día 22 de Junio.

14 EXPOSICIÓN

En el presente estudio de volatilidades se analizarán los siguientes aspectos:

En primer lugar se analizarán los resultados obtenidos para cada acción por separado con los modelos GARCH y EWMA estipulando para que λ los modelos alcancen un menor error cuadrático. A continuación se comparan estos dos modelos frente a los resultados obtenidos por la volatilidad histórica (medida en términos de varianza) para distintos tamaños de muestras de datos históricos (1 mes, 3 meses y 6 meses).

Después, se analizarán los resultados obtenidos por la volatilidad implícita y se realizará un análisis de los resultados obtenidos con respecto a las distintas opciones que cotizaban en mercado. Para después comparar y analizar los resultados obtenidos por los cuatro métodos.

Finalmente, se calculará el precio de diferentes opciones para cada una de las acciones utilizando las diferentes volatilidades obtenidas para después analizar cómo afectan las mismas al precio final de la opción.

RESULTADOS DE GOOGLE INC.

15 MODELO DE GARCH(1,1) Y EWMA

Los resultados obtenidos con el uso de una muestra de retornos de un mes muestra que tanto el modelo GARCH (1,1) como el modelo EWMA minimizan su error cuadrático con el uso de un λ del 99% (E^2 de EWMA = $1,87E-10$ y E^2 de GARCH (1,1) = $2,88441E-10$). Sin embargo no se puede concluir que a mayor λ menor error cuadrático puesto que tanto con el modelo GARCH (1,1) como con el modelo EWMA se obtienen errores cuadráticos menores con λ s de 80% que con el uso de λ s de 85% (Tabla 5.).

Con el uso de datos históricos de retornos de tres meses, se obtiene que para el modelo de EWMA el error cuadrático se minimiza con el uso de λ 80% (E^2 de EWMA = $2,9904E-09$) mientras que en el modelo GARCH (1,1) se minimiza el

error cuadrático con lambda 99% (E^2 de GARCH (1,1) = 3,25206E-09). En este caso se vuelve a demostrar que a mayor lambda no se da necesariamente menor error cuadráticos pues que en ambos casos se obtienen peores resultados con el uso de lambdas 95% que con lambdas de 90%, 85% e incluso de 80%(Tabla 5).

Para datos históricos de retornos de seis meses, se obtiene que para el modelo de EWMA el error cuadrático se minimiza con el uso de lambda 80% (E^2 de EWMA = 2,9904E-09) del mismo modo, el modelo de GARCH (1,1) también minimiza el error cuadrático con una lambda de 80% (E^2 de GARCH (1,1) = 4,63853E-09). En este caso se constata que en ambos modelos a mayor lambda mayor es el error cuadrático. Contrastando estos datos con los obtenidos para una muestra de retornos históricos de 1 mes se puede concluir que para una muestra más pequeña es mejor el uso de lambdas mayores mientras que para muestras de tamaño mayores las lambdas utilizadas deben de ser menores para obtener los resultados más óptimos (menores errores cuadráticos)(Tabla 5).

16 ¿CÓMO AFECTA LAMBDA AL RESULTADO?

En la Tabla 2 se ha expuesto los resultados de comparar ambos modelos en función de sus lambdas. En efecto se ha calculado la media de los errores cuadráticos para ambos modelos en los tres *escenarios* (datos de un mes, tres y seis) en función de sus Lambdas. Para de este modo ser capaces de ver para diferentes valores de lambda el modelo GARCH(1,1) y el modelo EWMA son más precisos.

Como se puede ver en resumido en la Tabla 2, en media tanto para el modelo de EWMA como para el de GARCH (1,1), el lambda más adecuado es el de 80%.

17 MODELO DE VOLATILIDAD HISTÓRICA

Con respecto a la volatilidad Histórica, el menor error cuadrático es obtenido con el uso de una muestra más pequeña (E^2 volatilidad Histórica= 7,3374E-09)en este caso con datos de retornos obtenidos durante el último mes (Tabla 5).

18 TAMAÑO DE LA MUESTRA

Tanto en el modelo GARCH(1,1) como en el de EWMA y el de la Varianza Histórica hemos utilizado distintas muestras de datos de los retornos de los activos para poder así analizar cómo afecta la decisión de su tamaño. En la Tabla 3 hemos expuesto para que tamaño de muestra cada modelo en media ha obtenido el mejor resultado (menor error cuadrático) y a continuación los hemos clasificado de mejor a peor método.

Los resultados obtenidos muestran una interesante coincidencia, y es que para los tres modelos la muestra con la cual se consiguen mejores resultados es la del último mes.

19 MODELO DE VOLATILIDAD IMPLÍCITA

Con respecto a la volatilidad Implícita de Google, se han tomado diferentes opciones (out of the money (OTM) & in the money options (ITM)). Comparando resultados (Tabla 5) se obtiene que la opción a partir de la cual se ha despejado la volatilidad con menor error cuadrático ha sido la opción Call más cercana a vencimiento, cuyo precio strike es superior al del subyacente (opción *out of the money*) con un error cuadrático de 5,17622E-05.

20 COMPARATIVA DE LOS CUATRO MÉTODOS

Comparando los cuatro métodos, se constata que el método que da mayor error cuadrático es el de la volatilidad implícita. Tal como hemos comentado anteriormente en el trabajo esto puede indicar que el mercado espera que la volatilidad del subyacente sea mayor en el futuro que lo que ha sido en el pasado. Del mismo modo, se puede considerar que la opción está “cara” ya que se está pagando más por la misma opción.

Por el contrario, el método que da menor error cuadrático es el de EWMA (con datos históricos de un mes y lambda de 99%) 1,86808E-10.

En conclusión, a continuación exponemos el ranking obtenido de mejor a peor estimador en función del error cuadrático obtenido por cada método (Tabla 1):

1. EWMA –muestra del último mes y lambda de 99% ($E^2 = 1,86808E-10$)
2. GARCH (1,1) –muestra de un mes y lambda de 99% ($E^2 = 2,88441E-10$)
3. Volatilidad Histórica – muestra 1 mes ($E^2 = 7,3374E-09$)
4. Volatilidad Implícita ($E^2 = 5,17622E-05$)

Finalmente se ha realizado un análisis de los resultados medios obtenidos por cada modelo en cada periodo de estudio y para cada Lambda (cuando sea aplicable) y se han clasificado los modelos de nuevo (Tabla 4) en función de su capacidad para minimizar el error cuadrático obtenido. En este sentido cabe destacarse que en el caso de Google Inc. los resultados obtenidos coinciden con los resultados y la clasificación del apartado anterior.

RESULTADOS DE ADOBE SYSTEMS INC.

21 MODELO DE GARCH(1,1) Y EWMA

Los resultados obtenidos con el uso de una muestra de retornos de un mes muestra que tanto el modelo GARCH (1,1) como el modelo EWMA minimizan su error cuadrático con el uso de una lambda 95% (E^2 de EWMA = 4,49261E-11 y E^2 de GARCH (1,1) = 1,27412E-10) (Tabla 6).

Con el uso de datos históricos de retornos de tres meses, se obtiene que para el modelo de EWMA el error cuadrático se minimiza con el uso de lambda 95% (E^2 de EWMA=1,99293E-09) mientras que en el modelo GARCH(1,1) se minimiza el error cuadrático con lambda 99% (E^2 de GARCH (1,1) = 5,83586E-10) (Tabla 6).

Para datos históricos de retornos de seis meses, se obtiene que para el modelo de EWMA el error cuadrático se minimiza con el uso de lambda 99% (E^2 de EWMA = $5,63E-10$) del mismo modo, el modelo de GARCH (1,1) también minimiza el error cuadrático con una lambda de 99% (E^2 de GARCH (1,1) = $2,40892E-10$) (Tabla 6).

En este caso y a diferencia de en el análisis de las acciones de Google Inc. se constata que en ambos modelos a mayor lambda menor es el error cuadrático para muestras de seis meses. (Tabla 6).

22 ¿CÓMO AFECTA LAMBDA AL RESULTADO?

Tal como se ha comentado en el análisis de los resultados obtenidos para Google Inc., en la Tabla 2 se ha expuesto los resultados de comparar ambos modelos en función de sus lambdas.

Como se puede ver en resumido en la Tabla 2, en media para el modelo de EWMA se ha obtenido que el lambda de 95% es el más adecuado. Por otra parte, para el modelo de GARCH (1,1), el lambda más adecuado es el de 99%.

23 MODELO DE VOLATILIDAD HISTÓRICA

Con respecto a la volatilidad Histórica, el menor Error cuadrático es obtenido con el uso de una muestra de datos de retornos de tres meses (E^2 volatilidad Histórica= $4,84969E-11$) en este caso con datos de retornos obtenidos durante los tres últimos meses (Tabla 6).

24 TAMAÑO DE MUESTRA DE RETORNOS

Tal y como hemos comentado en el análisis de los resultados de Google Inc., tanto en el modelo GARCH(1,1) como en el de EWMA y el de la Varianza Histórica hemos utilizado distintas muestras de datos de los retornos de los activos para poder así analizar cómo afecta la decisión de su tamaño. En este sentido en la Tabla 3 resumimos cual es el mejor periodo/muestra para cada modelo.

Los resultados obtenidos (Tabla 3) muestran que para la Varianza Histórica el mejor resultado es obtenido con una muestra de los tres últimos meses, para el modelo de EWMA el mejor resultado es obtenido con una muestra de los 6 últimos meses y que para el modelo de GARCH (1,1) el mejor resultado es obtenido con una muestra del último mes.

25 MODELO DE VOLATILIDAD IMPLÍCITA

Con respecto a la Volatilidad Implícita de Adobe Systems Inc, se han tomado diferentes opciones (out of the money (OTM) & in the money options (ITM)). Comparando resultados (Tabla 6) se obtiene que la opción a partir de la cual se ha despejado la volatilidad con menor error cuadrático ha sido una opción Call cuyo precio strike es superior al del subyacente (opción *out of the money*) con un error cuadrático de $6,87627E-05$.

26 COMPARATIVA DE LOS CUATRO MÉTODOS PARA ADOBE SYSTEMS INC.

Comparando los cuatro métodos, se constata que al igual que con la acción de Google Inc., el método que da mayor error cuadrático es el de la volatilidad implícita (E^2 Volatilidad Implícita = 6,87627E-05). Tal como hemos comentado anteriormente en el trabajo esto puede indicar que el mercado espera que la volatilidad del subyacente sea mayor en el futuro que lo que ha sido en el pasado. Del mismo modo, se puede considerar que la opción está “cara” ya que se está pagando más por la misma opción.

Por el contrario, el método que da menor error cuadrático es al igual que con las acciones de Google Inc. el de EWMA (con datos históricos de un mes pero en este caso con lambda de 95%) 4,49261E-11.

En conclusión, a continuación exponemos el ranking obtenido de mejor a peor estimador en función del error cuadrático obtenido por cada método (Tabla 1):

1. EWMA –muestra del último mes y lambda de 95% ($E^2 = 4,49261E-11$)
2. Volatilidad Histórica – muestra 3 meses ($E^2 = 4,84969E-11$)
3. GARCH(1,1) –muestra de seis meses ($E^2 = 2,40892E-10$)
4. Volatilidad Implícita ($E^2 = 6,87627E-05$)

Finalmente se ha realizado al igual que en el caso de Google Inc., un análisis de los resultados medios obtenidos por cada modelo en cada periodo de estudio y para cada Lambda (cuando sea aplicable) y se han clasificado los modelos de nuevo (Tabla 4) en función de su capacidad para minimizar el error cuadrático obtenido. En este caso, al contrario que con los resultados obtenidos con Google Inc., los resultados obtenidos no coinciden con los resultados y la clasificación del apartado anterior. La varianza histórica es el método con el cual se consigue un menor error cuadrático seguido por el modelo de GARCH (1,1), el modelo de EWMA y finalmente el modelo de la volatilidad Implícita.

RESULTADOS BIOGEN INC.

27 MODELO DE GARCH (1,1) Y EWMA PARA BIOGEN INC.

Los resultados obtenidos con el uso de una muestra de retornos de un mes muestra que el modelo GARCH (1,1) minimiza su error cuadrático con el uso de una lambda del 80% (E^2 de GARCH (1,1) = 3,22989E-07) mientras que el modelo EWMA minimiza su error cuadrático con el uso de una lambda de 90% (E^2 de EWMA = 2,96503E-10) (Tabla 7).

28 ¿CÓMO AFECTA LAMBDA AL RESULTADO?

Tal como se ha comentado en el análisis de los resultados obtenidos para Google Inc. y Adobe Systems Inc., en la Tabla 2 se ha expuesto los resultados de comparar ambos modelos en función de sus lambdas.

Como se puede ver en resumido en la Tabla 2, en media para el modelo de EWMA se ha obtenido que el lambda de 90% es el más adecuado. Por otra parte, para el modelo de GARCH (1,1), el lambda más adecuado es el de 80%.

29 MODELO DE VOLATILIDAD HISTÓRICA

Con respecto a la volatilidad Histórica, el menor Error cuadrático es obtenido al igual que en el caso de Google Inc., con el uso de una muestra de datos de retornos de un mes (E^2 volatilidad Histórica= 1,46237E-10) en este caso con datos de retornos obtenidos durante el último mes (Tabla 7).

30 TAMAÑO DE MUESTRA DE RETORNOS

Tal y como hemos comentado en el análisis de los resultados de Google Inc., y de Adobe Systems Inc., tanto en el modelo GARCH(1,1) como en el de EWMA y el de la Varianza Histórica hemos utilizado distintas muestras de datos de los retornos de los activos para poder así analizar cómo afecta la decisión de su tamaño. En este sentido en la Tabla 3 resumimos cual es el mejor periodo/muestra para cada modelo.

Los resultados obtenidos (Tabla 3) muestran que para la Varianza Histórica el mejor resultado es obtenido con una muestra del último mes, para el modelo de EWMA el mejor resultado es obtenido con una muestra de los 3 últimos meses y que para el modelo de GARCH (1,1) el mejor resultado es obtenido con una muestra de los últimos 6 meses.

31 MODELO DE VOLATILIDAD IMPLÍCITA

Con respecto a la Volatilidad Implícita de Adobe Systems Inc, se han tomado diferentes opciones (out of the money (OTM) & in the money options (ITM)). Comparando resultados (Tabla 7) se obtiene que la opción a partir de la cual se ha despejado la volatilidad con menor error cuadrático ha sido una opción Call cuyo precio strike es inferior al del subyacente (opción está *in the money*) al contrario que en el caso de las opciones de Google Inc. o de Adobe Systems Inc, obteniéndose un error cuadrático de 0,000125632.

32 COMPARATIVA DE LOS CUATRO MÉTODOS

Comparando los cuatro métodos, se constata que al igual que con las acciones de Google Inc. y de Adobe Systems Inc, el método que da mayor error cuadrático es el de la volatilidad implícita (E^2 Volatilidad Implícita = 0,000125632).

Tal como hemos comentado anteriormente en el trabajo esto puede indicar que el mercado espera que la volatilidad del subyacente sea mayor en el futuro que lo que ha sido en el pasado. Del mismo modo, se puede considerar que la opción está “cara” ya que se está pagando más por la misma opción.

Por el contrario, el método que da menor error cuadrático es el obtenido mediante el uso de la volatilidad histórica (con datos históricos de un mes) $1,46237E-10$.

En conclusión, a continuación exponemos el ranking obtenido de mejor a peor estimador en función del error cuadrático obtenido por cada método (Tabla 1):

1. Volatilidad Histórica – muestra 1 mes ($E^{\wedge} = 1,46237E-10$)
2. EWMA –muestra de 3 meses y lambda de 99% ($E^{\wedge} = 7,75783E-10$)
3. GARCH (1,1) – muestra 6 meses y lambda de 90% ($E^{\wedge} = 3,44746E-09$)
4. Volatilidad Implícita($E^{\wedge} = 0,000125632$)

Finalmente se ha realizado al igual que en el caso de Google Inc. y de Adobe Systems Inc., un análisis de los resultados medios obtenidos por cada modelo en cada periodo de estudio y para cada Lambda (cuando sea aplicable) y se han clasificado los modelos de nuevo (Tabla 4) en función de su capacidad para minimizar el error cuadrático obtenido. En este caso, el modelo de EWMA es el método con el cual se consigue un menor error cuadrático seguido por el modelo de varianza histórica, el modelo de GARCH (1,1) la y finalmente el modelo de la volatilidad Implícita.

CAPITULO VI: RESULTADOS CALCULO DE PRECIOS DE OPCIONES

33 MODELO JARROW RUDD PARA CÁLCULO DE PRECIOS

En este párrafo vamos a describir los datos que hemos tomado para después comentar los resultados obtenidos. El objetivo es analizar en qué manera afecta al cálculo de la opción el uso de un método u otro para el cálculo de sigma (la volatilidad). Para ello calcularemos el precio cada una de las tres opciones y analizaremos como se diferencian los resultados obtenidos y si corresponde el diferencial porcentual en sus volatilidades con el diferencial porcentual obtenido en los precios (Tabla 8).

34 DATOS

Para el análisis hemos tomado como retorno libre de riesgo el Yield del Bono de los E.E.U.U. a 10 años a fecha del 22 de Junio de 2015, con respecto al número de iteraciones que hemos realizado en el árbol, es 12.

Con respecto a las Volatilidades utilizadas, hemos tomado las volatilidades correspondientes a las variantes de los modelos que daban menor error cuadrático resumidos en la tabla 1. Teniendo en cuenta que hasta ahora hemos

usado la varianza como medida de volatilidad en este paso hemos transformado los valores a desviaciones típicas. Finalmente, cabe mencionarse que es necesario trasladar los datos diarios que hemos usado hasta ahora en el trabajo a datos anuales de volatilidad que son los utilizados en el modelo binomial.

35 RESULTADOS

Para ver cómo afecta la variación en la volatilidad al precio final y por tanto el uso de un modelo para valorar la volatilidad u otro, calcularemos en una primera instancia la diferencia porcentual entre las volatilidades y los precios obtenidas por diferentes modelos para cada una de las acciones y a continuación por simple regla de tres analizaremos como se traduce la diferencia en las volatilidades previstas en los precios previstos.

36 ANÁLISIS DE RESULTADOS

En un primer momento vamos a comparar los dos modelos de tipo ARCH que hemos utilizado GARCH (1,1) y el modelo de EWMA. Constatamos que en el caso de Google Inc. cuanto mayor es la volatilidad esperada, mayor es el precio esperado de la opción (Tabla 8). Por tanto existe una correlación positiva entre volatilidad y precio de la opción. Así mismo, se puede constatar que si pasamos del uso del modelo EWMA al uso de GARCH (1,1), es decir incrementamos la volatilidad considerada en un +11%, esta provoca un incremento del 3.26% en el precio, por tanto haciendo una regla de tres despejamos que por un 1% de incremento en la volatilidad, el precio de la opción aumenta un 0.3%. Cuando analizamos el mismo cambio de modelo para Adobe Systems Inc. constatamos que para cada 1% de cambio en la desviación típica utilizada se incrementa un 0.38% el precio lo cual casi coincide con el resultado obtenido e GOOGLE Inc. En el caso de Biogen Inc. el intercambio en el uso del modelo de GARCH (1,1) en vez del modelo EWMA indica que por cada 1% cambio en la desviación típica se incrementa un 0.47% el precio de la opción. Por tanto en nuestro análisis podemos decir que para las tres acciones el modelo de GARCH (1,1) ha estimado desviaciones típicas mayores que el modelo de EWMA y que por tanto su uso ha llevado a estimar mayores precios de opciones. Concretamente el uso del modelo GARCH (1,1) en lugar del modelo de EWMA ha incrementado de media un 0.38% el precio de la opción por cada 1% incrementado en la volatilidad.

Una segunda conclusión de los resultados obtenidos es que la volatilidad implícita es siempre la mayor de las obtenidas por los cuatro métodos utilizados en el presente trabajo, en las tres opciones analizadas. Tal como hemos indicado anteriormente esto puede ser un síntoma de que el mercado espera que la volatilidad se incremente en los próximos días. Y puede querer indicar así mismo que el precio de las opciones está muy elevado.

En tercer lugar vamos a comparar un modelo ARCH con la volatilidad histórica. Es decir cómo afectaría la elección de la volatilidad histórica en vez del uso de un modelo ARCH, en este caso tomaremos el modelo GARCH (1,1). Constatamos que para GOOGLE Inc. la elección del modelo de la volatilidad histórica frente al del

modelo de GARCH (1,1) implica que por cada 1% incremento en volatilidad se incrementa un 0.32% el precio de la opción lo cual va en línea con los resultados obtenidos anteriormente. Con respecto al caso de Adobe Systems Inc. constatamos que por cada 1% de incremento en volatilidad, se incrementa un 0.38% el precio de la opción. Por último, en el caso de Biogen Inc. por cada 1% incremento en la volatilidad se incrementa un 0.53% el precio de la opción, estos resultados también están en línea con los obtenidos anteriormente. Por tanto en media si pasamos del uso del modelo GARCH (1,1) al de volatilidad histórica, por cada 1% de incremento en la volatilidad se incrementará un 0.41% el precio de la opción.

Por tanto y para concluir, se han alcanzado tres conclusiones esenciales en el presente trabajo. La primera es que volatilidad o sigma de una opción determina se forma directa y significativamente la formación del precio de la opción, en concreto, por cada 1 por ciento de incremento la volatilidad el precio de la opción se incrementa entre un +0.32% y un +0.41% de media. La segunda conclusión relevante es la relación directa existente entre mayor volatilidad y mayor precio de la opción.

Finalmente, y en referencia a los métodos utilizados para la obtención de la volatilidad, fijándonos en los errores cuadráticos generados por cada uno de ellos se puede constatar que en media, el modelo de EWMA es el que menor error cuadrático ha generado para dos de las tres acciones analizadas (quedando en segundo lugar para la tercera acción) y que por tanto este puede ser reconocido como “el mejor modelo para la previsión de la volatilidad” de los estudiados en el presente trabajo. Debe también destacarse que pese a la simplicidad del método de la volatilidad histórica, esta ha obtenido muy buenos resultados e incluso a con seguido menores errores cuadráticos que otros modelos más complejos como el GARCH(1,1) en algunos escenarios (Tabla 1). Por último, con respecto al periodo muestral utilizado para estimar los parámetros, basándonos en los resultados obtenidos se puede constatar que existe un periodo muestra para cada modelo. En efecto para la Varianza Histórica el periodo muestral más apropiado es el más reciente y reducido, es decir que en el estudio presente el mejor periodo muestral es el del último mes (En nuestros datos analizados para las tres compañías hemos obtenido para este modelo los mejores resultados con esta muestra). Con respecto al modelo EWMA, es menos evidente que tamaño muestral se adapta más al modelo ya que para cada acción se obtiene menor error cuadrático con una muestra diferente. Sin embargo, al ser en dos de los casos muestras mayores a un mes sugiere que el modelo EWMA “funciona” mejor con muestras mayores que un mes. Por otra parte, con respecto al modelo GARCH (1,1) constatamos que para dos de las tres compañías el periodo muestral más corto y reciente (un mes) parece ser el más adecuado. Por tanto podemos decir que para dos de estos tres modelos para cuyo cálculo es necesario el uso de una muestra periódica de datos, el uso de los datos del último mes es el más conveniente.

TABLAS

Tabla 1. Tabla resumen de los errores cuadráticos obtenidos por los diferentes modelos utilizados para la estimación de la volatilidad. En la tabla se exponen los mejores resultados obtenidos (menor error cuadrático) por cada modelo y para cada compañía clasificándolos por orden de mayor a menor precisión.

Tabla 1.	
Ranking Por Metodología y Menor E²	Google Inc.
Nº1 E ² EWMA	1,87E-10
Nº2 E ² GARCH (1,1)	2,88E-10
Nº3 E ² Volatilidad Histórica	7,34E-09
Nº4 E ² Volatilidad Implícita	5,18E-05
Ranking Por Metodología y Menor E²	Adobe Systems Inc.
Nº1 E ² EWMA	4,49E-11
Nº2 E ² Volatilidad Histórica	4,85E-11
Nº3 E ² GARCH (1,1)	2,41E-10
Nº4 E ² Volatilidad Implícita	6,88E-05
Ranking Por Metodología y Menor E²	Biogen Inc.
Nº1 E ² Volatilidad Histórica	1,46E-10
Nº2 E ² EWMA	7,76E-10
Nº3 E ² GARCH (1,1)	3,45E-09
Nº4 E ² Volatilidad Implícita	0,000125632

Tabla 2. Tabla resumen de los Errores Cuadráticos Medios centrada en los modelos de EWMA y de GARCH (1,1). En la presente tabla, se exponen los mejores resultados obtenidos (menor error cuadrático) y con qué lambda se han obtenido. Para ello, se ha calculado el Error Cuadrático Medio para los tres periodos de muestra utilizados y usando los diferentes valores de lambda seleccionados. De este modo clasificamos de menor error cuadrático a mayor estos dos modelos especificando con que lambda se obtienen dichos valores.

Tabla 2.	
EWMA VS GARCH (1,1) - Ranking Por E² Medio con las 3 muestras en Función de Lambda	Google Inc. / E²
Nº1 E ² EWMA Medio con Lambda 80%	2.96258E-09
Nº2 E ² GARCH (1,1) Medio con Lambda 80%	4.3844E-09
EWMA VS GARCH (1,1) - Ranking Por E² Medio con las 3 muestras en Función de Lambda	Adobe Systems Inc. / E²
Nº1 E ² GARCH (1,1) Medio con Lambda 99%	1.26278E-09
Nº2 E ² EWMA Medio con Lambda 95%	1.57128E-09
EWMA VS GARCH (1,1) - Ranking Por E² Medio con las 3 muestras en Función de Lambda	Biogen Inc. / E²
Nº1 E ² EWMA Medio con Lambda 90%	1.68928E-09
Nº2 E ² GARCH (1,1) Medio con Lambda 80%	1.15539E-07

Tabla 3. Tabla resumen de los Errores Cuadráticos Medios centrada en los modelos de EWMA, de GARCH (1,1) y de Varianza Histórica. En la presente tabla, se exponen los mejores resultados obtenidos (menor error cuadrático) clasificados de menor a mayor Error Cuadrático Medio. Para el cálculo de las mismas se ha optado por calcular el Error Cuadrático Medio para las diferentes lambdas utilizadas y se han comparado en función del tamaño de la muestra de los datos utilizados.

Tabla 3.	
GARCH(1,1) VS EWMA VS Varianza Histórica en función del tamaño de la muestra de datos	Google Inc. / E²
Nº1 E ² EWMA Medio para las diferentes Lambdas con muestra del último mes	2.41E-09
Nº2 E ² GARCH (1,1) Medio para las diferentes Lambdas con muestra del último mes	2.97E-09
Nº3 E ² Varianza Histórica con muestra del último mes	7.34E-09
GARCH(1,1) VS EWMA VS Varianza Histórica en función del tamaño de la muestra de datos	Adobe Systems Inc. / E²
Nº1 E ² Varianza Histórica con muestra de los últimos 3 meses	4.85E-11
Nº2 E ² GARCH (1,1) Medio para las diferente Lambdas con muestra del último mes	5.22E-09
Nº3 E ² EWMA Medio para las diferentes Lambdas con muestra de los últimos 6 meses	2.02E-08
GARCH(1,1) VS EWMA VS Varianza Histórica en función del tamaño de la muestra de datos	Biogen Inc. / E²
Nº1 E ² Varianza Histórica con muestra del último mes	1.46E-10
Nº2 E ² EWMA Medio para las diferentes Lambdas con muestra de los últimos tres meses	4.06E-09
Nº3 E ² GARCH(1,1) Medio para las diferentes Lambdas con muestra de los últimos seis meses	8.62E-09

Tabla 4. Tabla resumen de los Errores Cuadráticos Medios centrada en los modelos de EWMA, de GARCH (1,1), de Varianza Histórica y de Volatilidad Implícita. En la presente tabla se exponen los mejores resultados obtenidos (menor Error Cuadrático Medio) clasificados de menor a mayor Error Cuadrático Medio. En este caso se han comparado en el caso de los modelos de EWMA y de GARCH (1,1) los resultados de Errores Cuadráticos Medios obtenidos para todos los tamaños de muestra y para todas las lambdas, en el caso de la Varianza Histórica, se han tomados los resultados medios obtenidos para todos los tamaños de muestra y finalmente se ha tomado la Volatilidad Implícita con la que se ha obtenido menor Error Cuadrático para cada compañía

Tabla 4.	
Ranking Por E² Medio en Funcion de las medias de E² por Métodos + Volatilidad implícita	Google Inc. / E²
Nº1 E ² MEDIO EWMA para todas las lambdas y para las 3 muestras de datos, 1,3 y seis meses	4.37E-09
Nº2 E ² MEDIO GARCH(1,1) para todas las lambdas y para las 3 muestras de datos, 1,3 y seis meses	5.13E-09
Nº3 E ² MEDIO VARIANZA HIST. Para las 3 muestras de datos 1, 3 y seis meses	1.56E-08
Nº4 Volatilidad Implícita	5.18E-05
Ranking Por E² Medio en Funcion de las medias de E² por Métodos en Función de Lambdas + Varianza Hist.+ volatilidad implícita	Adobe Systems Inc. / E²
Nº1 E ² MEDIO VARIANZA HIST. Para las 3 muestras de datos 1, 3 y seis meses	1.10E-09
Nº2 E ² MEDIO GARCH(1,1) para todas las lambdas y para las 3 muestras de datos, 1,3 y seis meses	5.44E-09
Nº3 E ² MEDIO EWMA para todas las lambdas y para las 3 muestras de datos, 1,3 y seis meses	2.09E-08
Nº4 Volatilidad Implícita	6.88E-05
Ranking Por E² Medio en Funcion de las medias de E² por Métodos en Función de Lambdas + Varianza Hist.+ volatilidad implícita	Biogen Inc. / E²
Nº1 E ² MEDIO EWMA para todas las lambdas y para las 3 muestras de datos, 1,3 y seis meses	6.10E-09
Nº2 E ² MEDIO VARIANZA HIST. Para las 3 muestras de datos 1, 3 y seis meses	3.31E-08
Nº3 E ² MEDIO GARCH(1,1) para todas las lambdas y para las 3 muestras de datos, 1,3 y seis meses	4.68E-07
Nº4 Volatilidad Implícita	0.000125632

Tabla 5. Tabla resumen de los Errores Cuadráticos Medios, y volatilidades obtenidos con los modelos EWMA, GARCH (1,1), de Varianza Histórica y de Volatilidad Implícita, para Google Inc.

Tabla 5.		GOOGLE INC.						
LAMBDA		99%	95%	90%	85%	80%	E^2 VARIANZA HIST.	E^2 MEDIO
DATOS 1 MES	EWMA	1.47262E-05	4.80096E-05	5.95107E-05	5.89461E-05	5.49746E-05		
	E^2 EWMA	1.86808E-10	2.20441E-09	3.41666E-09	3.35098E-09	2.90695E-09		2.41316E-09
	GARCH (1,1)	1.8042E-05	4.98392E-05	6.34571E-05	6.59017E-05	6.48191E-05		
	E^2 GARCH (1,1)	2.88441E-10	2.37956E-09	3.89358E-09	4.20464E-09	4.06542E-09		2.96633E-09
	VARIANZA HIST.						8.67171E-05	
	E^2 VARIANZA HIST.						7.3374E-09	
DATOS 3 MESES	EWMA	5.64885E-05	8.98326E-05	7.23097E-05	6.21831E-05	5.5743E-05		
	E^2 EWMA	3.07249E-09	7.88085E-09	5.07674E-09	3.73622E-09	2.9904E-09		4.55134E-09
	GARCH (1,1)	5.80853E-05	9.15385E-05	7.83336E-05	7.14066E-05	6.77611E-05		
	E^2 GARCH (1,1)	3.25206E-09	8.18663E-09	5.97145E-09	4.94887E-09	4.44924E-09		5.36165E-09
	VARIANZA HIST.						0.0124697459%	
	E^2 VARIANZA HIST.						0.0000015287%	
DATOS 6 MESES	EWMA	0.000101117	9.55852E-05	7.24671E-05	6.21867E-05	5.5743E-05		
	E^2 EWMA	1.00117E-08	8.9353E-09	5.09919E-09	3.73666E-09	2.9904E-09		6.15465E-09
	GARCH (1,1)	0.000100061	9.83924E-05	7.98951E-05	7.28145E-05	6.91652E-05		
	E^2 GARCH (1,1)	9.80145E-09	9.4739E-09	6.21522E-09	5.14893E-09	4.63853E-09		7.05561E-09
	VARIANZA HIST.						0.000156839	
	E^2 VARIANZA HIST.						2.42675E-08	
	E^2 MEDIO EWMA	4.42367E-09	6.34019E-09	4.53086E-09	3.60795E-09	2.96258E-09		4.37E-09
	E^2 MEDIO GARCH	4.44732E-09	6.68003E-09	5.36008E-09	4.76748E-09	4.3844E-09		5.12786E-09
	E^2 MEDIO VARIANZA HIST.						1.56305E-08	

Tabla 6. Tabla resumen de los Errores Cuadráticos Medios, y volatilidades obtenidos con los modelos EWMA, GARCH (1,1), de Varianza Histórica y de Volatilidad Implícita, para Adobe Systems Inc.

Tabla 6.		ADOBE SYSTEMS INC.						
LAMBDA		99%	95%	90%	85%	80%	E^2 VARIANZA HIST.	E^2 MEDIO
DATOS 1 MES	EWMA	3.45151E-05	0.00014351	0.000238472	0.000308915	0.000365857		
	E^2 EWMA	1.04637E-08	4.49261E-11	1.03358E-08	2.9621E-08	5.24639E-08		2.05859E-08
	GARCH (1,1)	8.23658E-05	0.000148095	0.000197191	0.000226102	0.000243438		
	E^2 GARCH (1,1)	2.96386E-09	1.27412E-10	3.64623E-09	7.9735E-09	1.13701E-08		5.21623E-09
	VARIANZA HIST.						0.000189344	
	E^2 VARIANZA HIST.						2.76013E-09	
DATOS 3 MESES	EWMA	7.03856E-05	0.000181449	0.00025232	0.000313174	0.00036704		
	E^2 EWMA	1.04637E-08	1.99293E-09	1.33432E-08	3.11053E-08	5.3007E-08		2.19824E-08
	GARCH (1,1)	0.00011265	0.000181712	0.000208713	0.000228286	0.000242443		
	E^2 GARCH (1,1)	5.83586E-10	2.01643E-09	5.1705E-09	8.36835E-09	1.11589E-08		5.45955E-09
	VARIANZA HIST.						0.000143771	
	E^2 VARIANZA HIST.						4.84969E-11	
DATOS 6 MESES	EWMA	0.000113079	0.000188537	0.000252583	0.000313182	0.00036704		
	E^2 EWMA	5.63E-10	2.67597E-09	1.34041E-08	3.11079E-08	5.30071E-08		2.01516E-08
	GARCH (1,1)	0.000152328	0.000189292	0.000209842	0.000229159	0.000243308		
	E^2 GARCH (1,1)	2.40892E-10	2.75466E-09	5.33409E-09	8.52891E-09	1.13425E-08		5.64022E-09
	VARIANZA HIST.						0.000158887	
	E^2 VARIANZA HIST.						4.87534E-10	
	E^2 MEDIO EWMA	7.16344E-09	1.57128E-09	1.2361E-08	3.06114E-08	5.2826E-08		2.09066E-08
	E^2 MEDIO GARCH	1.26278E-09	1.63283E-09	4.71694E-09	8.29025E-09	1.12905E-08		5.43866E-09
E^2 MEDIO VARIANZA HIST.						1.09872E-09		

Tabla 7. Tabla resumen de los Errores Cuadráticos Medios, y volatilidades obtenidos con los modelos EWMA, GARCH (1,1), de Varianza Histórica y de Volatilidad Implícita, para Biogen Inc.

Tabla 7.		BIOGEN INC.						
LAMBDA		99%	95%	90%	85%	80%	E^2 VARIANZA HIST.	E^2 MEDIO
DATOS 1 MES	EWMA	3.43124E-05	0.000128822	0.000195436	0.000238552	0.000271219		
	E^2 EWMA	2.07085E-08	2.43983E-09	2.96503E-10	3.64035E-09	8.64929E-09		7.1469E-09
	GARCH (1,1)	0.000986291	0.001974526	0.001576427	0.001048755	0.000746538		
	E^2 GARCH (1,1)	6.52983E-07	3.22673E-06	1.95499E-06	7.57836E-07	3.22989E-07		1.38311E-06
	VARIANZA HIST.						0.00019031	
	E^2 VARIANZA HIST.						1.46237E-10	
DATOS 3 MESES	EWMA	0.000150364	0.000239462	0.000226448	0.000245572	0.000272718		
	E^2 EWMA	7.75783E-10	3.751E-09	2.32618E-09	4.53674E-09	8.93041E-09		4.06402E-09
	GARCH (1,1)	5.80853E-05	9.15385E-05	7.83336E-05	7.14066E-05	6.77611E-05		
	E^2 GARCH (1,1)	1.44317E-08	7.51318E-09	9.9767E-09	1.14085E-08	1.22005E-08		1.11061E-08
	VARIANZA HIST.						0.000338334	
	E^2 VARIANZA HIST.						2.56375E-08	
DATOS 6 MESES	EWMA	0.000288038	0.000264877	0.000227666	0.000245616	0.000272719		
	E^2 EWMA	1.20606E-08	7.50994E-09	2.44516E-09	4.54263E-09	8.93063E-09		7.09779E-09
	GARCH (1,1)	0.000293634	0.000273237	0.000236932	0.000254762	0.000285117		
	E^2 GARCH (1,1)	1.33211E-08	9.02888E-09	3.44746E-09	5.85914E-09	1.14277E-08		8.61685E-09
	VARIANZA HIST.						0.000449498	
	E^2 VARIANZA HIST.						7.35933E-08	
	E^2 MEDIO EWMA	1.11816E-08	4.56692E-09	1.68928E-09	4.23991E-09	8.83678E-09		6.10291E-09
	E^2 MEDIO GARCH	2.26912E-07	1.08109E-06	6.56139E-07	2.58368E-07	1.15539E-07		4.67609E-07
E^2 MEDIO VARIANZA HIST.						3.31257E-08		

Tabla 8. Tabla resumen de la Varianza anual y diaria, desviación típica diaria y de los precios de la opción obtenidos con los modelos EWMA, GARCH (1,1), de Varianza Histórica y de Volatilidad Implícita, para Google Inc., Adobe Systems Inc. y Biogen Inc.

Tabla 8.	Google Inc.			
Ranking Por Metodología y Menor E[^]	Varianza Diaria	Varianza Anual	Desv. Típica	Precio Opción
Nº1 EWMA	1,473E-05	2,338E-04	1,529E-02	7,6335318834 €
Nº2 GARCH (1,1)	1,804E-05	2,864E-04	1,692E-02	7,8821404003 €
Nº3 Volatilidad Histórica	8,672E-05	1,377E-03	3,710E-02	10,9324022024 €
Nº4 Volatilidad Implícita	7,196E-03	1,142E-01	3,380E-01	67,420119 €
	Adobe Systems Inc.			
Ranking Por Metodología y Menor E[^]	Volatilidad Diaria	Volatilidad Anual	Desv. Típica	Precio Opción
Nº1 E [^] 2 EWMA	1,435E-04	2,278E-03	4,773E-02	2,9353044635 €
Nº2 E [^] 2 Volatilidad Histórica	1,438E-04	2,282E-03	4,777E-02	2,9363065827 €
Nº3 E [^] 2 GARCH (1,1)	1,523E-04	2,418E-03	4,917E-02	2,9686217483 €
Nº4 E [^] 2 Volatilidad Implícita	8,429E-03	1,338E-01	3,658E-01	11,8760434836 €
	Biogen Inc.			
Ranking Por Metodología y Menor E[^]	Volatilidad Diaria	Volatilidad Anual	Desv. Típica	Precio Opción
Nº1 E [^] 2 Volatilidad Histórica	1,903E-04	3,021E-03	5,496E-02	12,5408493108 €
Nº2 E [^] 2 EWMA	1,504E-04	2,387E-03	4,886E-02	11,8404966121 €
Nº3 E [^] 2 GARCH (1,1)	2,369E-04	3,761E-03	6,133E-02	13,2677638927 €
Nº4 E [^] 2 Volatilidad Implícita	1,139E-02	1,808E-01	4,252E-01	65,4396306304 €

BIBLIOGRAFÍA

LIBROS:

S. NATENBERG (1994), *Option Pricing And Volatility*, McGraw-Hill, pp. 1 ; Chicago EEUU

R. BREALEY, S. MYERS & F. ALLEN (2010), *Principios de Finanzas Corporativas – 9ª edición*; McGraw-Hill pp. 600; Ciudad de México, México

K. A. Kim (2011), *Global Corporate Finance, A Focused Approach*, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd. pp. 128-136; Singapur

ARTÍCULOS DE INVESTIGACIÓN Y DIVULGACIÓN:

F. Black & M. Scholes (1973); The pricing of Options and Corporate Liabilities. *Journal of Political Economy*; volumen 81, pp. 637–654. Disponible en: <https://www.cs.princeton.edu/courses/archive/fall02/cs323/links/blackscholes.pdf>; [Accedido el 9 de Abril 2015].

C. Brownlees; R. Engle; B. Kelly (2011); A practical guide to volatility forecasting through calm and storm. *The Journal of Risk*; volumen 14/numero 2. Disponible en: <http://faculty.chicagobooth.edu/bryan.kelly/research/pdf/volfor.pdf>; [Accedido el 9 de Abril 2015].

K. Jurado; S. C. Ludvigson; S. Ng (2013); Measuring Uncertainty. Columbia University, Department of Economics; New York University, Department of Economics & The National Bureau of Economic Research; Columbia University Department of Economics. Disponible en: <http://www.econ.nyu.edu/user/ludvigsons/vol.pdf> [Accedido el 5 de Julio 2015].

M^a D. Robles Fernández (2002); Medidas de Volatilidad. *Revista Española de Financiación y Contabilidad (REFC)*; volumen 31, numero 114. Disponible en: <http://www.aeca.es/pub/refc/articulos.php?id=0105>; [Accedido el 14 de Junio 2015]

L. Paninski (2008), *Estimation theory*. Columbia University, Department of Statistics. Disponible en: <http://www.stat.columbia.edu/~liam/teaching/4107-fall05/notes3.pdf> [Accedido el 22 de Junio].

S. P. Lalley; *Lecture 7: Black–Scholes Theory*. The University of Chicago, Department of Statistics. Disponible en: <http://galton.uchicago.edu/~lalley/Courses/390/Lecture7.pdf>; [Accedido el 9 de Abril 2015]

R. Minkah (2007); *Forecasting volatility*; Uppsala Universitz, Department of Mathematics; Disponible en: <http://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:304496/FULLTEXT01.pdf>; [Accedido el 13 de Junio 2015]

A. Novales (2013); *Modelos ARCH univariantes y multivariantes*; Universidad Complutense de Madrid, Departamento de Economía Cuantitativa. Disponible en: <https://www.ucm.es/data/cont/media/www/pag-41460/Arch.pdf>; [Accedido el 13 de Junio 2015]

H. Claessen & S. Mittnik (2002); *Forecasting Stock Market Volatility and the Informational Efficiency of the DAXindex Options Market*; University of Kiel, Institute of Statistics and Econometrics. Disponible en: https://www.ifk-cfs.de/fileadmin/downloads/publications/wp/02_04.pdf; [Accedido el 13 de Junio de 2015]

Z.Lu; H.Huang & R.Gerlach (2010); *Estimating Value at Risk: From JP Morgan's Standard-EWMA to Skewed-EWMA Forecasting*, The University of Sydney, Faculty of Economics and Business. Disponible en: http://sydney.edu.au/business/__data/assets/pdf_file/0009/58527/OMWP_2010_01.pdf; [Accedido el 13 de Junio 2015]

J.Martínez Barbeito; C.Bouza Herrera; S.Allende Alonso & D. Chen (2005); *Modelos paramétricos y no paramétricos, para la previsión de la volatilidad. Su aplicación al cálculo del valor en riesgo*. Universidad de A Coruña, Universidad de La Habana & Smith and King College. Disponible en: http://www.uv.es/asepuma/XIII/comunica/comunica_48.pdf; [Accedido el 13 de Junio 2015]

R. M. Conroy (2003); *Binomial Option Pricing*. University of Virginia, Darden Graduate School of Business Administration. Disponible en: http://faculty.darden.virginia.edu/conroyb/derivatives/Binomial%20Option%20Pricing%20_f-0943_.pdf; [Accedido el 14 de Junio 2015].

D.Ji & B.W. Brorsen (2000); *Increasing the Accuracy of Option Pricing by Using implied Parameters Related to Higher Moments*. Oklahoma State University, Department of Agricultural Economics. Disponible en: http://www.farmdoc.illinois.edu/nccc134/conf_2000/pdf/confp06-00.pdf; [Accedido el 14 de Junio 2015]

M. S. JOSHI (2008); *The Convergence of Binomial Trees for Pricing the American Put*. University of Melbourne, Centre for Actuarial Studies, Department of Economics. Disponible en: http://fbe.unimelb.edu.au/__data/assets/pdf_file/0006/806280/170.pdf; [Accedido el 14 de Junio 2015]

A. Grek (2014); *Forecasting accuracy for ARCH models and GARCH (1,1) family – Which model does best capture the volatility of the Swedish stock market?* Örebro University, School of Business and Economics. Disponible en: <http://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:752320/FULLTEXT01.pdf>; [Accedido el 14 de Junio 2015]

S.Zheng , *Course: Math 541: Statistical Theory II, Methods of Evaluating Estimators*. Missouri State University, Department of Mathematics. Disponible en: <http://people.missouristate.edu/songfengzheng/Teaching/MTH541/Lecture%20notes/evaluation.pdf> [Accedido el 22 de Junio 2015]

J. Y. Campbell (2006); *Ec1723: Capital Markets Lecture 22*. University of Harvard. Disponible en: http://isites.harvard.edu/fs/docs/icb.topic96943.files/Lecture22_121106.pdf; [Accedido el 30 de Junio de 2015].

G. Serna Calvo (2000); *Ensayos Sobre La Sonrisa De Volatilidad En Mercados De Opciones*. Universidad Carlos III De Madrid. Departamento De Economía De La Empresa. Disponible en: <http://e-archivo.uc3m.es/bitstream/handle/10016/543/SernaCalvo,Gregorio.pdf;jsessionid=86E227EAD2395C55B77A75069157A697?sequence=1> [Accedido el 5 de Julio de 2015].

PÁGINAS WEB:

Nasdaq Dubai, An introduction to derivatives. Disponible en: http://www.nasdaqdubai.com/assets/docs/derivatives/introduction_to_derivatives.pdf; [Accedido el 9 de Abril 2015]

The Economist, An eerie calm. Disponible en: <http://www.economist.com/node/2946891>; [Accedido el 30 de Junio 2015].

Think Trade, Implied Volatility. Disponible en: <http://www.thinktrade.net/implied-volatility.php>; [Accedido el 30 de Junio 2015]