



GRADO EN INGENIERÍA EN TECNOLOGÍAS INDUSTRIALES

TRABAJO FIN DE GRADO

Diseño de los compresores para un ciclo de Brayton
de Helio

Autor: Jaume Rigo Salas

Directora: Eva María Arenas Pinilla

Co-Director: Alexis Cantizano González

Madrid

Declaro, bajo mi responsabilidad, que el Proyecto presentado con el título
Diseño de los compresores para un ciclo de Brayton de helio
en la ETS de Ingeniería - ICAI de la Universidad Pontificia Comillas en el
curso académico 2022/2023 es de mi autoría, original e inédito y
no ha sido presentado con anterioridad a otros efectos. El Proyecto no es
plagio de otro, ni total ni parcialmente y la información que ha sido tomada
de otros documentos está debidamente referenciada.



Fdo.: Jaime Rigo Salas

Fecha: 16/ 06/ 2023

Autorizada la entrega del proyecto

EL DIRECTOR DEL PROYECTO



Firmado
digitalmente por
Eva Arenas Pinilla
Fecha: 2023.06.19
01:25:06 +02'00'



Fdo.: Eva María Arenas Pinilla

Fecha: 16/ 06/ 2023

Fdo.: Alexis Cantizano González

Fecha: 16/ 06/ 2023



GRADO EN INGENIERÍA EN TECNOLOGÍAS INDUSTRIALES

TRABAJO FIN DE GRADO

Diseño de los compresores para un ciclo de Brayton
de Helio

Autor: Jaume Rigo Salas

Directora: Eva María Arenas Pinilla

Co-Director: Alexis Cantizano González

Madrid

DISEÑO DE LOS COMPRESORES PARA UN CICLO DE BRAYTON DE HELIO

Autor: Rigo Salas, Jaume.

Directores: Arenas Pinilla, Eva María. Cantizano González, Alexis.

Entidad Colaboradora: ICAI – Universidad Pontificia Comillas

RESUMEN DEL PROYECTO

Palabras clave: Ciclo Brayton, Helio, Compresor

1. Introducción

Este proyecto forma parte de un proyecto más amplio llevado a cabo en la Cátedra Rafael Mariño de Nuevas Tecnologías Energéticas. Su objetivo principal es establecer un método de diseño para turbomáquinas que utilicen fluidos no convencionales, centrándose en el dimensionamiento y cálculo de costos de ciclos de potencia y bombas de calor innovadoras y de alta eficiencia. Dentro de este proyecto, se están desarrollando códigos que permiten diseñar varios tipos de turbomáquinas, como compresores, turbinas y bombas, con diferentes geometrías, incluyendo axiales y radiales. En el caso de este proyecto, se ha realizado el prediseño de todas las turbomáquinas que forman parte del ciclo de la central termosolar que se desea dimensionar. Se ha utilizado un código diseñado para compresores axiales a fin de dimensionar los dos compresores del ciclo, empleando helio como fluido de trabajo. El código ha sido desarrollado por los miembros del proyecto de la Cátedra, actualmente Javier Montes Gutiérrez y Jaume Rigo Salas.

El helio, debido a sus propiedades termodinámicas únicas, se ha convertido en un candidato prometedor para mejorar el rendimiento y la eficiencia en aplicaciones de generación de energía.

En cuanto a las consideraciones de mercado, el uso de helio en turbomáquinas responde a la creciente demanda de soluciones más eficientes y sostenibles en la industria. El helio ofrece una mejora significativa en términos de eficiencia energética y reducción de emisiones, lo cual se alinea con las regulaciones y objetivos medioambientales actuales. Además, la existencia de mercados potenciales en sectores estratégicos representa una oportunidad atractiva para inversores.

Los objetivos del proyecto incluyen el desarrollo de un prediseño de las turbomáquinas de un ciclo de Brayton utilizando helio, el diseño de los compresores mediante un modelo de pérdidas, la creación de un modelo generalizable y la validación de los resultados obtenidos. Estos objetivos permitirán avanzar en el conocimiento y la aplicación práctica del helio como fluido de trabajo en el campo de la ingeniería y la energía.

En resumen, este estudio destaca las ventajas técnicas y las oportunidades de mercado asociadas con el uso de helio en turbomáquinas de ciclo de Brayton. El enfoque en el diseño de compresores busca mejorar el rendimiento, la eficiencia y la durabilidad de los

sistemas, satisfaciendo así la demanda de soluciones más eficientes y sostenibles en la industria actual.

2. Metodología

La metodología seguida en este proyecto para la obtención del diseño preliminar de los compresores está basada en el libro *Turbomachinery: Fundamentals, Selection and Preliminary Design* [1] cuyo diagrama de flujo se presenta a continuación:

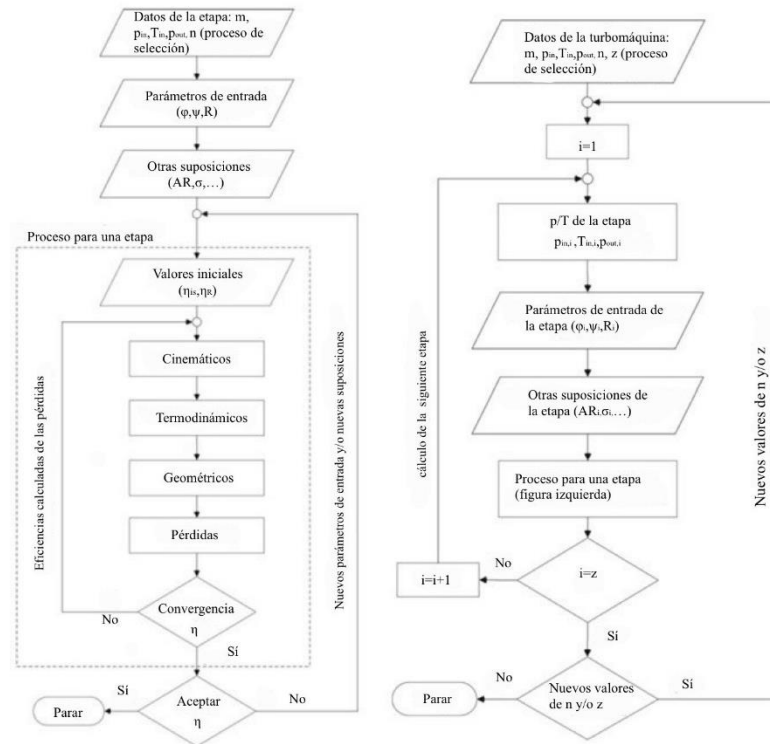


Ilustración 1-1 Diagrama de bloques del cálculo de las etapas (izq.) y del compresor completo (der.) [1]

En una primera etapa de prediseño, se obtienen los parámetros necesarios para proceder con el diseño preliminar de las turbomáquinas. Posteriormente, se seleccionan los parámetros de entrada en un rango óptimo y se realizan los cálculos asociados a cada etapa del compresor hasta la convergencia de su rendimiento, haciendo uso de un modelo de pérdidas. Este proceso debe ser aplicado a cada etapa para obtener el diseño preliminar del compresor en su totalidad. Para este proyecto se ha desarrollado un programa haciendo uso del lenguaje Python, y de la librería Coolprop para la lectura de propiedades termodinámicas.

3. Resultados

Los resultados obtenidos en este proyecto han sido validados por su similitud con los obtenidos por *Gambini, M., y Vellini, M. (2020)* con discrepancias en el rendimiento inferiores al 0,1%. A continuación, se presentan los parámetros más significativos del diseño de los dos compresores del ciclo:

Parámetros de entrada		Compresor 1		Compresor 2	
		Primera etapa	Última etapa	Primera etapa	Última etapa
ψ	-	0,3	0,2994	0,3	0,299
φ	-	0,55	0,55	0,55	0,55
R	-	0,5	0,5002	0,5	0,5005
Resultados					
Cinemáticos					
α_1	°	32,47	32,47	32,471	32,471
α_2	°	49,76	49,74	49,764	49,721
β_1	°	49,76	49,76	49,764	49,764
β_2	°	32,47	32,51	32,471	32,544
u	m/s	370,9	370,9	313,95	313,95
Termodinámicos					
p_2	bar	1,539	2,357	2,425	3,769
T_2	°C	58,97	131,17	57,844	132,662
p_3	bar	1,58	2,41	2,47	3,83
T_3	°C	62,94	135,35	60,688	135,652
Geométricos					
D_M	cm	118,08	118,08	99,933	99,933
$h_{b,R}$	cm	7,0856	5,62	6,238	4,912
$h_{b,S}$	cm	6,98	5,56	6,175	4,872
C_R	cm	6,45	5,12	5,677	4,471
C_S	cm	6,35	5,06	5,62	4,434
$C_{a,R}$	cm	5,01	3,98	4,416	3,476
$C_{a,S}$	cm	4,95	3,93	4,372	3,45
$N_{B,R}$	-	57	72	55	69
$N_{B,S}$	-	58	73	55	70
Números adimensionales					
Ma_1	-	0,296	0,268	0,251	0,226
$Ma_{2,S}$	-	0,294	0,266	0,25	0,225
Re_1		$2,11 \cdot 10^5$	$1,84 \cdot 10^5$	$2,49 \cdot 10^5$	$2,16 \cdot 10^5$
$Re_{2,S}$		$2,09 \cdot 10^5$	$1,83 \cdot 10^5$	$2,48 \cdot 10^5$	$2,15 \cdot 10^5$
Rendimiento					
η_{is}	%	85,47		85,42	

Tabla 1-1 Resultados del diseño preliminar de los compresores C1 y C2

4. Conclusiones

En este proyecto se ha logrado obtener un diseño preliminar de compresores utilizando un fluido no convencional, como el helio, con resultados prometedores. Los cuales indican que el uso de helio como fluido de trabajo en los ciclos de compresión puede proporcionar mejoras significativas en términos de eficiencia, con rendimientos superiores al 85%. Esto promueve la inversión en ampliar la investigación del helio en aplicaciones industriales.

Además, se destaca el logro de crear un modelo capaz de diseñar compresores axiales para operar con diferentes gases alternativos, como el argón. Esto amplía el alcance del proyecto actual y sugiere la posibilidad de investigar y diseñar compresores adaptados a distintos gases, aprovechando las ventajas específicas de cada uno en términos de eficiencia y rendimiento.

El proyecto también proporciona una base sólida para futuras investigaciones y mejoras en la eficiencia y fiabilidad de los compresores. Aunque se ha optimizado el diseño para el ciclo de helio, existen oportunidades para mejorar aún más el rendimiento mediante enfoques como el uso de materiales avanzados y la operación en condiciones más exigentes.

5. Referencias

- [1] Gambini, M., & Vellini, M. (2020). *Turbomachinery: Fundamentals, Selection and Preliminary Design*. Springer Nature.

COMPRESSORS DESIGN FOR AN HELIUM BRAYTON CYCLE

Author: Rigo Salas, Jaume.

Supervisors: Arenas Pinilla, Eva María. Cantizano González, Alexis

Collaborating Entity: ICAI – Universidad Pontificia Comillas

ABSTRACT

Keywords: Brayton Cycle, Helium, Compressor

1. Introduction

This project is part of a larger project carried out at the *Cátedra Rafael Mariño de Nuevas Tecnologías Energéticas*. Its main objective is to establish a design method for turbomachinery that uses unconventional fluids, focusing on sizing and cost calculation of innovative and highly efficient power cycles and heat pumps. Within this project, codes are being developed to design various types of turbomachinery, such as compressors, turbines, and pumps, with different geometries, including axial and radial designs. In the case of this specific project, the preliminary design of all turbomachinery components in the thermosolar power plant being dimensioned has been conducted. A code designed for axial compressors has been used to size the compressors in the cycle, using helium as the working fluid. The code has been developed by the members of the Chair's project, currently Javier Montes Gutiérrez and Jaume Rigo Salas.

Helium, due to its unique thermodynamic properties, has emerged as a promising candidate for improving performance and efficiency in power generation applications.

In terms of market considerations, the use of helium in turbomachinery responds to the growing demand for more efficient and sustainable solutions in industry. Helium offers a significant improvement in terms of energy efficiency and emission reduction, aligning with current environmental regulations and objectives. Furthermore, the existence of potential markets in strategic sectors presents an attractive opportunity for investors.

The project goals include the development of a preliminary design of the turbomachinery for a Brayton cycle using helium, the compressor design through loss models, the creation of a generalizable model, and the validation of the obtained results. These objectives will contribute to enhancing the knowledge and practical application of helium as a working fluid in the field of engineering and energy.

To sum up with, this study highlights the technical advantages and market opportunities associated with the use of helium in Brayton cycle turbomachinery. The focus on compressor design aims to improve performance, efficiency, and system durability, meeting the demand for more efficient and sustainable solutions in the current industry.

2. Methodology

The methodology followed in this project to obtain the preliminary design of the compressors is based on the book "Turbomachinery: Fundamentals, Selection and Preliminary Design" [1]. The flowchart of the methodology is presented below:

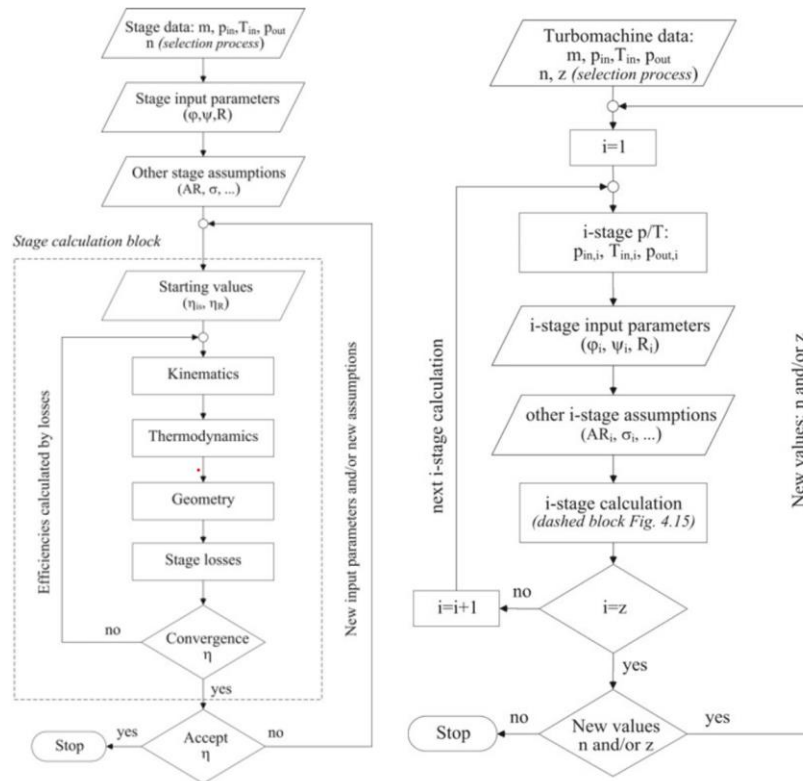


Ilustración 1-2 Flowchart for the stage calculations (left) and the whole compressor calculations (right)[1]

In the initial pre-design stage, the necessary parameters are obtained to proceed with the preliminary design of the turbomachinery. Initially, the input parameters are selected within an optimal range, and then the calculations associated with each stage of the compressor are performed until the convergence is achieved, using loss models for this calculation. This process must be applied to each stage to obtain the preliminary design of the compressor as a whole. For this project, a program has been developed using the Python language and the Coolprop library for reading thermodynamic properties.

3. Results

The results obtained in this project have been validated due to their similarity to those obtained by Gambini, M., and Vellini, M. (2020), with performance discrepancies of less than 0.1%. The following table contains the most significant design parameters of the two compressors in the cycle:

Input parameters		Compressor 1		Compressor 2	
		First stage	Last stage	First stage	Last stage
ψ	-	0,3	0,2994	0,3	0,299
φ	-	0,55	0,55	0,55	0,55
R	-	0,5	0,5002	0,5	0,5005

Results					
Kinematics					
α_1	°	32,47	32,47	32,471	32,471
α_2	°	49,76	49,74	49,764	49,721
β_1	°	49,76	49,76	49,764	49,764
β_2	°	32,47	32,51	32,471	32,544
u	m/s	370,9	370,9	313,95	313,95
Thermodynamics					
p_2	bar	1,539	2,357	2,425	3,769
T_2	°C	58,97	131,17	57,844	132,662
p_3	bar	1,58	2,41	2,47	3,83
T_3	°C	62,94	135,35	60,688	135,652
Geometry					
D_M	cm	118,08	118,08	99,933	99,933
$h_{b,R}$	cm	7,0856	5,62	6,238	4,912
$h_{b,S}$	cm	6,98	5,56	6,175	4,872
C_R	cm	6,45	5,12	5,677	4,471
C_S	cm	6,35	5,06	5,62	4,434
$C_{a,R}$	cm	5,01	3,98	4,416	3,476
$C_{a,S}$	cm	4,95	3,93	4,372	3,45
$N_{B,R}$	-	57	72	55	69
$N_{B,S}$	-	58	73	55	70
Dimensionless numbers					
Ma_1	-	0,296	0,268	0,251	0,226
$Ma_{2,S}$	-	0,294	0,266	0,25	0,225
Re_1		$2,11 \cdot 10^5$	$1,84 \cdot 10^5$	$2,49 \cdot 10^5$	$2,16 \cdot 10^5$
$Re_{2,S}$		$2,09 \cdot 10^5$	$1,83 \cdot 10^5$	$2,48 \cdot 10^5$	$2,15 \cdot 10^5$
Performance					
η_{is}	%	85,47		85,42	

Tabla 1-2 Results of the preliminary design for compressors C1 and C2

4. Conclusions

In this project, a preliminary design of compressors using an unconventional fluid, such as helium, has been successfully achieved with promising results. These results indicate that the use of helium as the working fluid in compression cycles can provide significant improvements in terms of efficiency, with performances exceeding 85%. This promotes further investment in helium research for industrial applications.

Additionally, the achievement of creating a model capable of designing axial compressors to operate with different alternative gases, such as argon, is noteworthy. This expands the scope of the current project and suggests the possibility of investigating and designing compressors tailored to specific gases, leveraging their specific advantages in terms of efficiency and performance.

The project also provides a solid foundation for future research and improvements in compressor efficiency and reliability. Although the design has been optimized for the helium cycle, there are opportunities for further performance enhancements through approaches such as the use of advanced materials and operation under more demanding conditions.

5. References

- [1] Gambini, M., & Vellini, M. (2020). *Turbomachinery: Fundamentals, Selection and Preliminary Design*. Springer Nature.

Índice de la memoria

<i>Índice de la memoria</i>	I
<i>Índice de figuras</i>	III
<i>Índice de tablas</i>	IV
Capítulo 1. Introducción	8
1.1 Motivación del proyecto.....	8
1.2 Helio como fluido de trabajo.....	9
1.3 Justificación del uso de helio.....	10
1.4 Objetivos	11
1.5 Alineación con los ODS	11
Capítulo 2. Metodología	12
2.1 Introducción al ciclo propuesto	12
2.2 Introducción al modelo de pérdidas de compresores.....	13
2.3 Prediseño de las turbomáquinas	15
2.3.1 El método de Baljè.....	15
2.3.2 Proceso de selección	17
2.4 Diseño preliminar de los compresores	18
2.4.1 Consideraciones iniciales.....	20
2.4.2 Cálculo de los parámetros cinemáticos.....	20
2.4.3 Cálculo de los parámetros termodinámicos.....	23
2.4.4 Cálculo de los parámetros geométricos	26
2.4.5 Cálculo de los parámetros cinemáticos en dirección radial.....	32
2.4.6 Cálculo de pérdidas y de eficiencia.....	33
2.4.7 Procedimiento iterativo	40
Capítulo 3. Análisis de Resultados	42
3.1 Prediseño de las turbomáquinas	42
3.2 Diseño preliminar de los compresores	45

Capítulo 4. Conclusiones y Trabajos Futuros..... 50

ANEXO I 54

ANEXO II 57

Índice de figuras

Ilustración 1-1 Compresor de helio de La Fleur Corporation [9].....	10
Ilustración 2-1 Modelo de ciclo de Brayton propuesto [1].....	12
Ilustración 2-2 Modelo de pérdidas en los extremos de los álabes [8].....	14
Ilustración 2-3 Diagrama de Baljé para compresores [1].....	16
Ilustración 2-4 Diagrama ilustrativo de la selección n-z [1].....	17
Ilustración 2-5 Diagrama de bloques del cálculo de las etapas (izq.) y del compresor completo (der.) [1].....	19
Ilustración 2-6 Triángulo de velocidades genérico de un compresor.....	21
Ilustración 2-7 Desarrollo cilíndrico de un compresor [10].....	27
Ilustración 3-1 Diagrama de selección n-z para el compresor 1.....	42
Ilustración 3-2 Diagrama de selección n-z para el compresor 2.....	43
Ilustración 3-3 Diagrama de selección n-z para la turbina.....	43
Ilustración 3-4 Diagrama h-s del compresor C1.....	46
Ilustración 3-5 Diagrama h-s completo para el compresor C2.....	47
Ilustración 3-6 Diagrama h-s de la etapa 1 del compresor C1.....	48
Ilustración 3-7 Diagrama h-s de la etapa 10 del compresor C1.....	48
Ilustración 3-8 Geometría del compresor 1.....	49

Índice de tablas

Tabla 1-1 Resultados del diseño preliminar de los compresores C1 y C2	6
Tabla 1-2 Results of the preliminary design for compressors C1 and C2.....	10
Tabla 2-1 Condiciones de entrada y salida a las turbomáquinas [1]	13
Tabla 2-2 Rangos de velocidades específicas óptimos [1].....	16
Tabla 2-3 Parámetros de entrada propuestos	20
Tabla 2-4 Nomenclatura de los parámetros	27
Tabla 3-1 Resultados del proceso de prediseño de las turbomáquinas.....	44
Tabla 3-2 Diseño preliminar de los compresores C1 y C2.....	45

NOMENCLATURA

1.1 SÍMBOLOS

A	Área de flujo	m ²
AR	Relación de aspecto	-
BL	Parámetro de carga de la pala	-
c	Velocidad absoluta	m/s
C _L	Coefficiente de sustentación de las palas	-
c _s	Velocidad del sonido	m/s
C	Longitud de cuerda de la pala	m
C _a	Cuerda axial de la pala	m
D	Diámetro	m
D _s	Diámetro específico	-
DF	Coefficiente de difusión	-
DF _{eq}	Relación de difusión equivalente	-
e	Máxima curvatura de la pala (etapa axial)	m
f	Factor de fricción	-
g	Aceleración gravitacional	m/s ²
h	Entalpía específica	kJ/kg
h _B	Altura de la pala (etapa axial)	m
H	Altura	m
H _{TE}	Factor de forma del borde de fuga de la capa límite	-
i	Ángulo de incidencia	°
IF	Factor de incidencia	-
k	Relación de calores específicos	-
k _s	Rugosidad superficial	m
K	Factores empíricos	-
l	Posición de máxima curvatura (etapa axial)	m
L	Longitud	m
m	Caudal másico	kg/s
M	Masa	kg
Ma	Número de Mach	-
N _B	Número de palas	-
n	Velocidad de rotación	rev/min
O	Distancia de la pala	m
p	Presión	bar
P	Potencia	kW
R	Grado de reacción	-
Re	Número de Reynolds	-

r	Radio	m
s	Entropía específica	kJ/(kg·K)
S	Paso de la pala	m
SF	Factor de deslizamiento	-
SP	Parámetro de tamaño	m
t	Espesor de la pala	m
T	Temperatura	K
u	Velocidad de la pala (o velocidad periférica)	m/s
v	Volumen específico	m ³ /kg
V	Caudal volumétrico	m ³ /s
W	Transferencia de trabajo	kJ/kg
w	Velocidad relativa	m/s
Y	Coefficiente de pérdida de presión	-
z	Número de etapas	-

1.2 SÍMBOLOS GRIEGOS

α	Ángulo de flujo absoluto	°
A_B	Ángulo de las palas del estator	°
β	Ángulo de flujo relativo	°
β_B	Ángulo de las palas del rotor	°
γ	Ángulo de inclinación de las palas	°
Γ	Parámetro de circulación de las palas	-
δ	Espesor de la capa límite	m
δ^*	Espesor de desplazamiento de la capa límite	m
δ_b	Relación de ancho de salida del rotor al diámetro	-
δ_c	Ángulo de desviación en el borde de salida de las palas del estator	°
δ_h	Relación de diámetro de la base del rotor	-
δ_M	Relación de diámetro medio del rotor	-
δ_R	Ángulo de deflexión del rotor	°
δ_S	Ángulo de deflexión del estator	°
δ_t	Relación de diámetro de la punta del rotor	-
δ_w	Ángulo de desviación en el borde de salida de las palas del rotor	°
η	Eficiencia	-
η_p	Eficiencia politrópica	-
η_{is}	Eficiencia isotrópica	-
θ	Ángulo de curvatura de las palas	°

λ	Relación de diámetro de la base al extremo del rotor (etapa axial)	-
μ	Viscosidad dinámica	Pa·s
ν	Relación de velocidad isentrópica	-
ξ	Relación de velocidad meridional del rotor	-
ρ	Densidad	kg/m ³
σ	Solidez	-
τ	Separación de la punta de las palas (etapa axial)	m
φ	Coefficiente de flujo	-
ϕ	Factor de flujo	-
χ	Ángulo de las palas desde la cuerda	°
Ψ	Coefficiente de trabajo	-
Ψ	Factor de trabajo	-
ω	velocidad de rotación	rad/s
ω_s	Velocidad específica	-

Capítulo 1. INTRODUCCIÓN

1.1 MOTIVACIÓN DEL PROYECTO

Este proyecto forma parte de un proyecto más amplio llevado a cabo en la Cátedra Rafael Mariño de Nuevas Tecnologías Energéticas. Cuyo objetivo principal es establecer un método de diseño para turbomáquinas que utilicen fluidos no convencionales, centrándose en el dimensionamiento y cálculo de costos de ciclos de potencia y bombas de calor innovadoras y altamente eficientes. Dentro de este proyecto, se están desarrollando códigos que permiten diseñar varios tipos de turbomáquinas, como compresores, turbinas y bombas, con diferentes geometrías, incluyendo axiales y radiales. En el caso de este proyecto, se ha realizado el prediseño de todas las turbomáquinas que forman parte del ciclo de la central termosolar que se desea dimensionar. Se ha utilizado un código diseñado para compresores axiales a fin de dimensionar los compresores del ciclo, empleando helio como fluido de trabajo. El código ha sido desarrollado por los miembros del proyecto de la Cátedra, actualmente Javier Montes Gutiérrez y Jaume Rigo Salas.

El diseño de los compresores para un ciclo de Brayton empleando helio como fluido de trabajo resulta de gran interés en el campo de la ingeniería y la energía. Hay diversas razones fundamentales por las cuales la realización de este proyecto es de particular importancia.

En primer lugar, el ciclo de Brayton es ampliamente utilizado en aplicaciones de generación de energía. Al hacer uso de helio como fluido de trabajo en lugar de gases más convencionales, se pueden lograr mejoras en el rendimiento de los compresores. El helio es particularmente conocido por su alta conductividad térmica, además de baja viscosidad, pudiendo obtener una mayor transferencia de calor y mejor compresibilidad, lo cual se traduce en un rendimiento mejorado del ciclo.

En segundo lugar, crear una herramienta de diseño de compresores axiales, permite extrapolar su uso a diferentes casos de estudio, además de poder operar con diferentes

condiciones de entrada y salida. Es decir, se persigue a su vez la creación de un modelo general que permita diseñar los compresores una vez seleccionado el fluido de trabajo y sus condiciones generales de presión y temperatura.

1.2 HELIO COMO FLUIDO DE TRABAJO

El estudio del helio como fluido de trabajo en turbomáquinas ha despertado un creciente interés en la comunidad científica y la industria debido a las propiedades únicas que ofrece este gas. El helio se ha postulado como un candidato prometedor para su aplicación en los ciclos de potencia de Brayton debido a sus propiedades termodinámicas y su potencial para mejorar la eficiencia y el rendimiento de estos sistemas [6].

Una de las ventajas del helio es su baja densidad en comparación con otros fluidos de trabajo, como el aire. Esta baja densidad conlleva beneficios significativos, ya que reduce las pérdidas por fricción y la carga aerodinámica en las máquinas. Esto permite un flujo más eficiente a través de las máquinas, lo que se traduce en una menor resistencia al flujo. Como resultado, el ciclo de potencia basado en helio puede lograr una mayor eficiencia en comparación con los ciclos convencionales [6].

Además de su baja densidad, el helio también exhibe una alta conductividad térmica. Esta propiedad es fundamental para la transferencia de calor en los componentes del ciclo, como los intercambiadores de calor. La alta conductividad térmica del helio permite una transferencia de calor más eficiente, lo que también contribuye a un mejor rendimiento y a una mayor eficiencia del ciclo [7]. La transferencia de calor eficiente es esencial para garantizar el funcionamiento óptimo de los componentes del ciclo y evitar posibles problemas de sobrecalentamiento.

Otra ventaja del helio como fluido de trabajo es su carácter inerte. Al ser un gas inerte, el helio evita la oxidación de los componentes del ciclo, lo que puede prolongar la

vida útil de las máquinas y reducir los problemas relacionados con la corrosión y el desgaste. La protección contra la oxidación es especialmente importante en aplicaciones de alta temperatura donde los componentes están expuestos a condiciones extremas.

A pesar de que su implementación en el campo de las turbomáquinas se encuentra en una fase relativamente temprana, es una solución para la cual existen numerosos estudios y diseños conceptuales. También existen instalaciones de prueba para este tipo de fluido, donde destaca *La Fleur Corporation* [1][9] en la década de los 60. Otro ejemplo del uso de este gas es la planta de turbina de gas de helio, *Oberhausen II*, que logró producir 30 MWe y estuvo operativa durante 14 años [15].

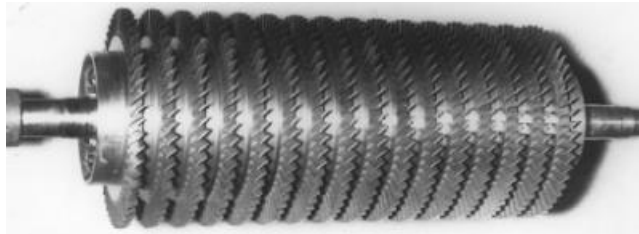


Ilustración 1-1 Compresor de helio de La Fleur Corporation [9]

A pesar de todas estas ventajas, el uso del helio como fluido de trabajo plantea desafíos y consideraciones importantes. En primer lugar, se deben seleccionar materiales compatibles con el helio y diseñar los componentes del ciclo adecuadamente para garantizar su rendimiento y durabilidad. Los materiales deben ser capaces de resistir las condiciones de trabajo específicas del helio y mantener sus propiedades a lo largo del tiempo.

1.3 JUSTIFICACIÓN DEL USO DE HELIO

La justificación del uso de helio en turbomáquinas se basa en una combinación de aspectos técnicos y consideraciones de mercado que puedan convencer a potenciales clientes o inversores. El helio ofrece ventajas técnicas significativas en comparación con los fluidos convencionales utilizados en el sector, como una mayor eficiencia del ciclo y protección contra la corrosión.

Desde una perspectiva de mercado, el uso de helio en turbomáquinas presenta una serie de oportunidades. Existe una creciente demanda de soluciones más eficientes y sostenibles en la industria, y el uso del helio cumple con estos requisitos al mejorar la eficiencia energética y reducir las emisiones. Además, el helio encuentra aplicaciones en sectores estratégicos como la generación de energía, la industria aeroespacial y la industria química, lo que representa un mercado potencialmente lucrativo para los fabricantes y proveedores de este tipo de equipos.

1.4 OBJETIVOS

Los objetivos que se han establecido para este proyecto son:

- Realizar un prediseño de las turbomáquinas de un ciclo de Brayton de helio.
- Diseñar los compresores de un ciclo de Brayton de helio con modelos que minimicen las pérdidas.
- Crear un modelo de los compresores para generalizar un caso particular.
- Comprobar la validez de los resultados.

1.5 ALINEACIÓN CON LOS ODS

Se trata de un proyecto muy alineado con los Objetivos de Desarrollo Sostenible, ya que se busca producir energía de un modo limpio, que podría tener un efecto de abaratamiento sobre los precios de la energía, haciéndola más accesible. Concretamente se alinea con los siguientes objetivos:

- Energía asequible y no contaminante: al provenir de la irradiación solar, es una energía limpia.
- Industria, innovación e infraestructura: supondría un gran avance en este campo.

Capítulo 2. METODOLOGÍA

2.1 INTRODUCCIÓN AL CICLO PROPUESTO

Kusterer et al. (2012,2013) analizaron los ciclos de helio para después compararlos con los ciclos de argón. De los modelos analizados, se extrajo que el que presentaba un mayor compromiso entre rendimiento y complejidad era el siguiente:

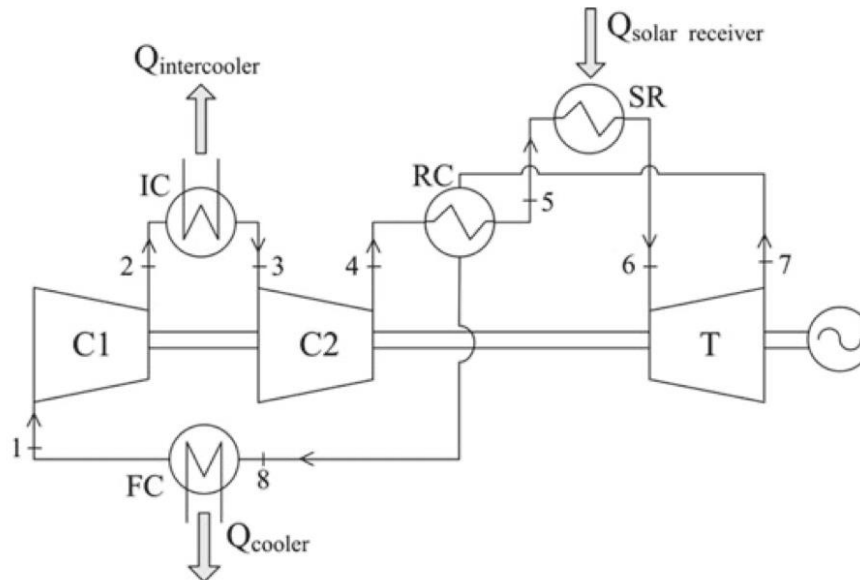


Ilustración 2-1 Modelo de ciclo de Brayton propuesto [1]

Como se observa en la ilustración, el ciclo se compone de un compresor de baja presión y otro de alta presión, y una turbina. Cuenta también con un intercooler, un final cooler, un recuperador y el receptor solar, ya que el caso de estudio está basado en una planta de concentración solar.

A continuación, se presentan las condiciones de entrada y salida de las turbomáquinas propuestas en el libro *Turbomachinery: Fundamentals, Selection and Preliminary Design* [1]:

	Compresor C1	Compresor C2	Turbina
Flujo de entrada (kg/s)	11,8	11,8	11,8
Presión de entrada (bar)	1,5	2,38	3,75
Temperatura de entrada (°C)	55,0	55,0	900
Presión de salida (bar)	2,41	3,83	1,53
Potencia bruta (MW)	4,8	4,8	19,8

Tabla 2-1 Condiciones de entrada y salida a las turbomáquinas [1]

A partir de estas condiciones se va a realizar un prediseño para de las turbomáquinas presentes en el ciclo para posteriormente realizar un diseño preliminar de los dos compresores presentes en el ciclo, el de alta y baja presión.

2.2 INTRODUCCIÓN AL MODELO DE PÉRDIDAS DE COMPRESORES

El diseño de compresores (y turbomáquinas en general) presenta la dificultad que, debido a diversos factores, como las condiciones de operación, la geometría del compresor o la interacción del flujo, se producen pérdidas de presión y eficiencia en el proceso de compresión.

Para abordar su cálculo, se han desarrollado diversos modelos que permiten predecir con precisión dichas pérdidas. Estos modelos están basados en la formulación de ecuaciones que representan estos fenómenos de pérdidas debidas, por ejemplo, al perfil de los álabes o a la presencia de intersticios en las diferentes etapas de compresión. El enfoque que se ha tomado en este proyecto es el empleo de modelos semiempíricos, que combinan principios aerodinámicos, con datos obtenidos experimentalmente. A continuación, se introducirán algunos de los modelos utilizados para calcular estas pérdidas.

Tomando como ejemplo el modelo de pérdidas de *Lieblein* [4], se utiliza una combinación de correlaciones de flujo, ángulos de incidencia y coeficiente de pérdidas para estimar de forma precisa las pérdidas debidas al perfil de los álabes.

También se harán uso de las correlaciones propuestas por *Yaras* y *Sjolander* [5] para modelar las pérdidas en el extremo de los álabes del rotor, ilustradas a continuación:

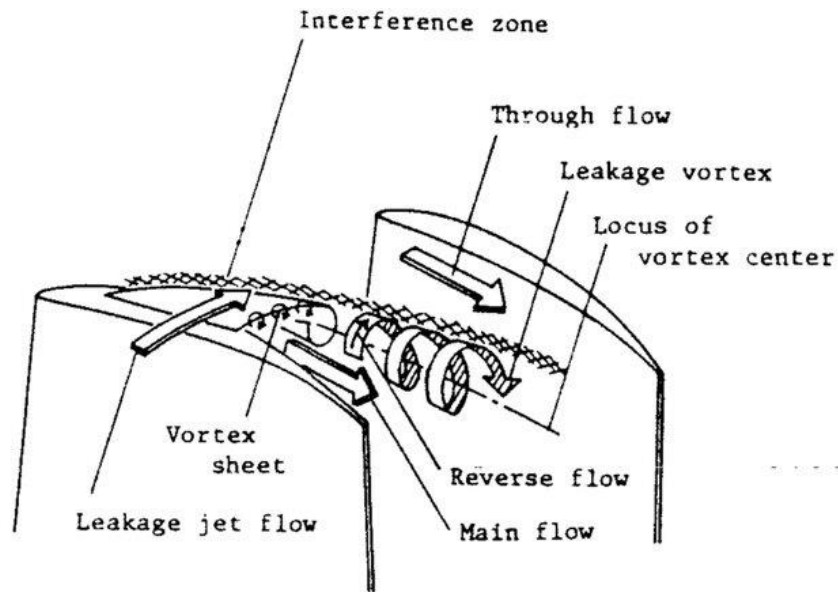


Ilustración 2-2 Modelo de pérdidas en los extremos de los álabes [8]

Como se observa en esta representación, se producen vórtices en los extremos de los álabes que generan pérdidas de rendimiento, las cuales se pueden calcular mediante las correlaciones mencionadas [5].

El diseño de compresores con modelos de pérdidas es esencial para poder optimizar el rendimiento de estas máquinas, ya que proporcionan una base sólida para poder predecir el rendimiento del compresor.

2.3 **PREDISEÑO DE LAS TURBOMÁQUINAS**

El objetivo de la etapa del prediseño de una turbomáquina es seleccionar el tipo de turbomáquina, además del número de etapas y velocidad de giro que optimizan el rendimiento de esta.

Para realizar el prediseño de las turbomáquinas del ciclo propuesto, se va a seguir el procedimiento propuesto en el capítulo 2 del libro *Turbomachinery: Fundamentals, Selection and Preliminary Design* [1], que se detallará en este capítulo, incluyendo las ecuaciones de diseño propuestas. Siguiendo este procedimiento se va a crear un código fuente en Python con el objetivo de obtener dicho prediseño.

2.3.1 EL MÉTODO DE BALJÈ

A partir del análisis dimensional, se concluye que el rendimiento de la máquina se puede expresar de la siguiente manera:

$$\eta = f(\phi, \Psi)$$

donde ϕ es el coeficiente de flujo y Ψ el coeficiente de trabajo.

Este resultado también se puede expresar como función de dos parámetros adimensionales (*Baljè 1962a, 1962b*)[1]:

- La velocidad específica w_s
- El diámetro específico D_s

$$\eta = f(w_s, D_s)$$

Debido que, a partir de cada velocidad específica, se puede identificar el diámetro específico que optimiza el rendimiento, es posible establecer una relación entre las dos variables haciendo uso de los diagramas de Baljè [1], a continuación se muestra el diagrama para compresores:

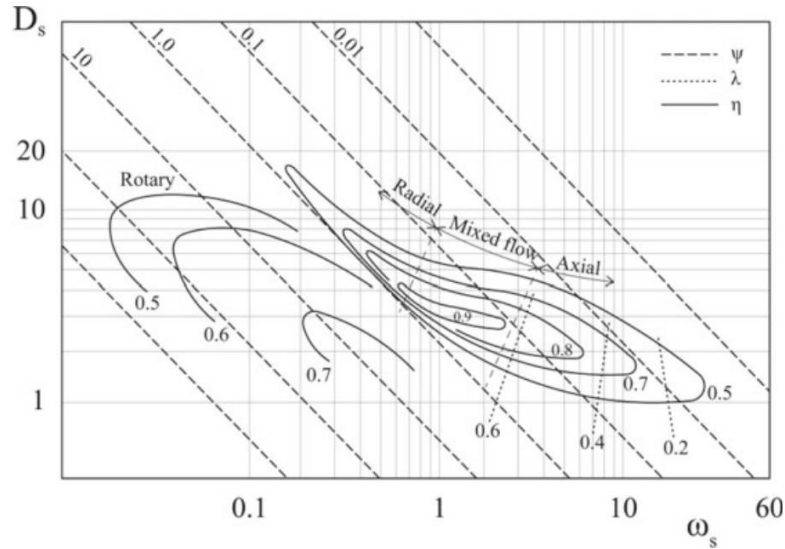


Ilustración 2-3 Diagrama de Balje para compresores 52[1]

Llegando a:

$$D_{s,opt} = f(\omega_s)$$

Los diagramas de Balje proporcionan los rangos de velocidades específicas que optimizan el rendimiento de las turbomáquinas. En particular, para este proyecto, interesan los rangos de velocidad específica óptimos de los compresores y las turbinas, que se presentan en la siguiente tabla:

Turbomáquina	Tipo	Velocidad específica
Compresores	Radial	0,4-1,5
	Flujo mixto	1,0-2,0
	Axial	1,5-10
Turbinas	Radial	0,2-1,0
	Axial	0,4-3,0

Tabla 2-2 Rangos de velocidades específicas óptimos [1]

2.3.2 PROCESO DE SELECCIÓN

Haciendo uso de estos valores y calculando la velocidad específica según la expresión:

$$w_s = \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60} \cdot \frac{V^{\frac{1}{2}}}{\left(g \cdot \frac{\Delta H}{z}\right)^{\frac{3}{4}}}$$

La diferencia de entalpías de cada etapa se define para este proyecto como la diferencia de entalpías del compresor, ΔH , entre el número de etapas, $\frac{\Delta H}{z}$.

Siendo n la velocidad de rotación, z el número de etapas y V el flujo volumétrico. Para el cálculo del flujo volumétrico es necesario conocer la densidad del fluido en la entrada y la salida, y para el salto entálpico es necesario conocer las entalpías de entrada y de salida. Haciendo uso de Coolprop [16], una librería soportada por Python de propiedades termodinámicas, es posible conocer estos valores.

De esta forma, se pueden calcular las velocidades específicas a la entrada y la salida de la turbomáquina para obtener el diagrama de selección del número de etapas y n . A continuación, se presenta un diagrama básico de selección de etapas y n (diagrama n - z), siendo este diagrama el objetivo de la etapa de prediseño:

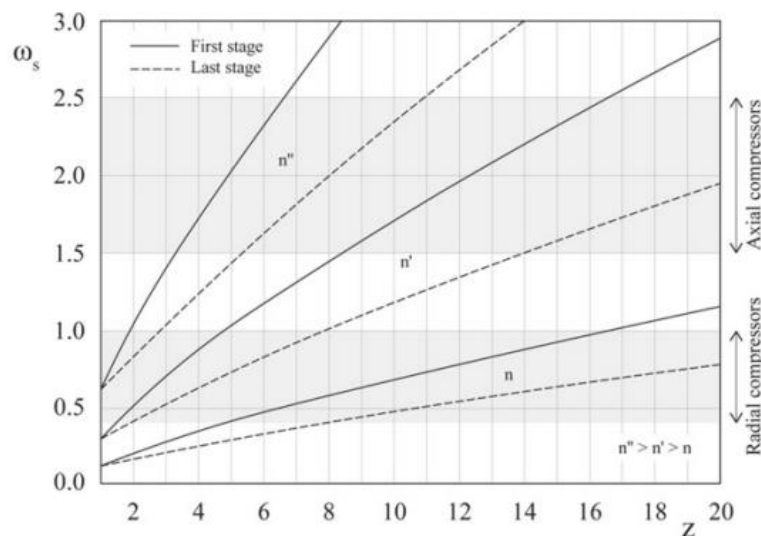


Ilustración 2-4 Diagrama ilustrativo de la selección n - z [1]

Este diagrama proporciona un rango de valores de n y z que aseguran estar trabajando en el rango apropiado, dentro de este rango. Prima el criterio de mantener la n constante en las turbomáquinas del ciclo para poder ser acopladas en el mismo eje y que el número de etapas sea el mínimo posible para simplificar el diseño de la turbomáquina [1].

2.4 DISEÑO PRELIMINAR DE LOS COMPRESORES

En esta sección, siguiendo el procedimiento descrito en el capítulo 4 del libro *Turbomachinery: Fundamentals, Selection and Preliminary Design* [1], se van a obtener los parámetros cinemáticos, termodinámicos, geométricos y cinemáticos en la dirección radial . Posteriormente, se calcularán las pérdidas y el rendimiento de las etapas para obtener un diseño preliminar de los compresores, en este caso axiales debido a los resultados obtenidos en el apartado 2.3, correspondiente al prediseño de las turbomáquinas.

A continuación, se detalla la metodología seguida para la obtención del diseño preliminar de las etapas del compresor y del compresor en su totalidad:

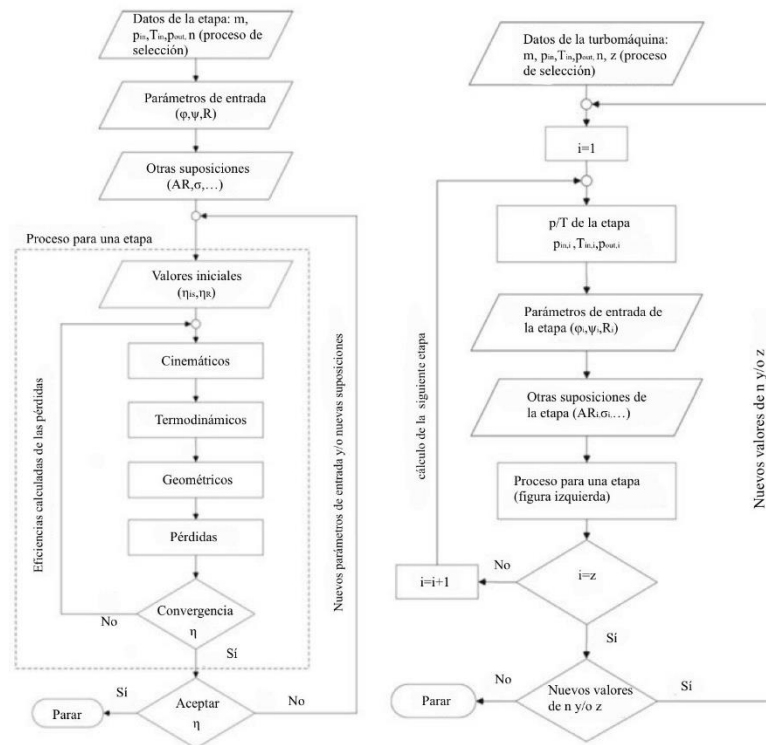


Ilustración 2-5 Diagrama de bloques del cálculo de las etapas (izq.) y del compresor completo (der.) [1]

Del prediseño de las turbomáquinas, en la sección 2.3, se obtienen los datos de flujo másico, presión y temperatura de entrada, presión de salida y número de etapas, necesarios para el diseño de las etapas.

Posteriormente, es necesario identificar los parámetros de entrada necesarios para llevar a cabo el cálculo de las diferentes etapas del compresor. Estos son el coeficiente de flujo ϕ , el coeficiente de trabajo ψ y el grado de reacción R . Además de dar un valor inicial al rendimiento de la etapa, y otras suposiciones necesarias como el aspecto ratio, AR , o la solidez σ (relación entre el área de paso de flujo y área de las palas), estos valores deben ser fijados antes de proceder con el diseño de las etapas del compresor.

Una vez fijados los parámetros de entrada, se procede a calcular los parámetros cinemáticos, termodinámicos y geométricos de las etapas. Posteriormente se calculan las pérdidas y el rendimiento de la etapa. Una vez obtenido el rendimiento, se inicia el proceso

iterativo que finaliza con la convergencia del rendimiento de la etapa. Luego se inicia el cálculo de la siguiente etapa hasta obtener el diseño de la totalidad del compresor.

Para facilitar la comprensión de este apartado, se hará uso de los subíndices 1, 2 y 3 para referirnos a los puntos característicos de cada etapa. El 1 hace referencia a la entrada del rotor, el 2 hace referencia a la salida del rotor y la entrada del estátor, y por último, el 3 hace referencia a la salida del estátor.

2.4.1 CONSIDERACIONES INICIALES

Para fijar los parámetros de entrada, se toman los valores propuestos en el libro *Turbomachinery: Fundamentals, Selection and Preliminary Design* [1], que se presentan en la siguiente tabla:

Parámetro	Valor
Coefficiente de flujo, φ	0,55
Coefficiente de trabajo, ψ	0,3
Grado de reacción, R	0,5
Eficiencia inicial de la etapa, η	0,9

Tabla 2-3 Parámetros de entrada propuestos

Estos parámetros de diseño sufrirán modificaciones en el proceso iterativo del cálculo de cada etapa y tomarán valores diferentes para cada una de ellas.

2.4.2 CÁLCULO DE LOS PARÁMETROS CINEMÁTICOS

Una vez fijados los parámetros de entrada, se calculan las correlaciones cinemáticas de las etapas.

Del coeficiente de trabajo:

$$\psi = \frac{W}{u^2} = \frac{\Delta h_{t,ad}}{u^2}$$

Se puede obtener la u , ya que suponiendo un rendimiento inicial para la etapa y conocido el salto entálpico isentrópico de cada etapa es posible calcular $\Delta h_{t,ad}$. De este modo, queda definida la u y al tratarse de un compresor axial $u_1 = u_2 = u$. Se puede suponer también que la componente meridional de la velocidad absoluta es constante, así como el diámetro medio [1].

$$c_m = cte$$

$$D_m = cte$$

El cálculo de los parámetros cinemáticos define los triángulos de velocidades de las etapas del compresor:

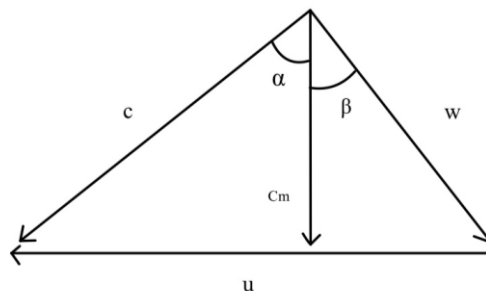


Ilustración 2-6 Triángulo de velocidades genérico de un compresor

Donde c es la velocidad absoluta y c_m su componente meridional, w la velocidad relativa y u la velocidad absoluta del impulsor.

De relacionar los componentes de la velocidad tangencial con α_1 se obtiene la siguiente expresión para el grado de reacción R [1]:

$$R = 1 - \varphi \cdot \tan \alpha_1 - \frac{\psi}{2}$$

De donde :

$$\tan \alpha_1 = \frac{1 - R - \frac{\psi}{2}}{\varphi}$$

Operando del mismo modo con α_2 se obtiene:

$$\tan \alpha_2 = \frac{1 - R + \frac{\psi}{2}}{\varphi}$$

Los ángulos β se obtienen de las siguientes expresiones:

$$\tan \beta_1 = \frac{R + \frac{\psi}{2}}{\varphi}$$

$$\tan \beta_2 = \frac{R - \frac{\psi}{2}}{\varphi}$$

Del cálculo de los ángulos α y β es posible obtener los ángulos de deflexión del estátor y rotor:

$$\delta_s = \alpha_2 - \alpha_3 = \alpha_2 - \alpha_1$$

$$\delta_R = \beta_1 - \beta_2$$

Una vez calculados los ángulos α y β , el cálculo del resto de parámetros cinemáticos es inmediato:

$$c_m = u \cdot \varphi$$

$$c_{1u} = u \cdot \varphi \cdot \tan \alpha_1$$

$$c_{2u} = u \cdot \varphi \cdot \tan \alpha_2$$

$$w_{1u} = u \cdot \varphi \cdot \tan \beta_1$$

$$w_{2u} = u \cdot \varphi \cdot \tan \beta_2$$

$$c_1 = u \cdot \varphi \cdot \sqrt{1 + \tan^2 \alpha_1}$$

$$c_2 = u \cdot \varphi \cdot \sqrt{1 + \tan^2 \alpha_2}$$

$$w_1 = u \cdot \varphi \cdot \sqrt{1 + \tan^2 \beta_1}$$

$$w_2 = u \cdot \varphi \cdot \sqrt{1 + \tan^2 \beta_2}$$

Por último, asumiendo que la velocidad absoluta a la salida del estátor es igual a la velocidad absoluta a la entrada, finaliza el cálculo de los parámetros cinemáticos:

$$c_3 = c_1 ; \quad \alpha_3 = \alpha_1$$

Esta suposición de diseño facilita los cálculos de las diferentes etapas del compresor al estar diseñadas todas ellas para la misma velocidad de entrada y salida.

2.4.3 CÁLCULO DE LOS PARÁMETROS TERMODINÁMICOS

Dado que la presión y la temperatura de entrada a las etapas, p_1 y T_1 , al igual que la presión de salida p_3 quedan definidas, es posible calcular los parámetros termodinámicos de la etapa. Para el cálculo de esta sección se volverá a hacer uso de la librería Coolprop [16] (ANEXO I).

Adicionalmente, para completar el cálculo de los parámetros termodinámicos, se debe suponer un rendimiento del rotor, el cual se supondrá inicialmente igual al rendimiento de la etapa.

Por tanto, de las condiciones de entrada, p_1 y T_1 , se calculan:

$$h_1 = h_{p,T}(p_1, T_1)$$

$$s_1 = s_{p,T}(p_1, T_1)$$

$$\rho_1 = \rho_{p,T}(p_1, T_1)$$

Para el cálculo de las magnitudes totales, es decir, teniendo en cuenta las velocidades, se calcula la entalpía total en la entrada como :

$$h_{1t} = h_1 + \frac{c_1^2}{2}$$

Y quedan definidas las magnitudes totales restantes (p, T y ρ)

Para las totales relativas se calcula la entalpía total relativa en la entrada de la etapa:

$$h_{1tr} = h_1 + \frac{w_1^2}{2}$$

Y quedan definidas la p y T total relativa.

Aplicando la conservación de entalpía total relativa en el rotor ($h_{1tr} = h_{2tr}$) y mediante la eficiencia del rotor se obtiene la entalpía estática isentrópica a la salida del rotor:

$$h_2 = h_{2tr} - \frac{w_2^2}{2}$$

$$h_{2is} = h_1 + \eta_R \cdot \Delta h_R$$

Con este resultado es posible obtener la presión a la salida del rotor:

$$p_2 = p_{s,h}(s_1, h_{2is})$$

quedando definidos los parámetros termodinámicos en el punto 2 (s, T y ρ).

El cálculo de las magnitudes totales (p, T y ρ) también es inmediato teniendo en cuenta que:

$$h_{2t} = h_2 + \frac{c_2^2}{2}$$

La entalpía isentrópica en el punto 3 es inmediata al conocer la presión de salida de la etapa y, aplicando el rendimiento previamente supuesto, se calcula la entalpía estática en el punto , con la conservación de la entalpía total en el estátor [1]:

$$h_3 = h_1 + \frac{h_{3is} - h_1}{\eta_{is}}$$

pudiendo completar así el cálculo de los parámetros termodinámicos de la etapa.

Una vez conocidos los parámetros termodinámicos de la etapa, se pueden calcular los números de Mach y la viscosidad del fluido, necesaria para calcular los números de Reynolds en la sección 2.4.4, siendo requeridos para el cálculo de las pérdidas y de la eficiencia de la etapa. Estos se calculan como se detalla a continuación:

Velocidad del sonido:

$$c_{s,i} = c_{s,p,T}(p_i, T_i), \quad i = 1,2,3$$

Números de Mach:

$$Ma_1 = \frac{w_1}{c_{s1}}$$

$$Ma_{2,R} = \frac{w_2}{c_{s2}}$$

$$Ma_{2,S} = \frac{c_2}{c_{s2}}$$

$$Ma_3 = \frac{c_3}{c_{s3}}$$

Viscosidad:

$$\mu_i = \mu_{p,T}(p_i, T_i), \quad i = 1,2,3$$

2.4.4 CÁLCULO DE LOS PARÁMETROS GEOMÉTRICOS

En esta sección se procederá con el cálculo de los parámetros geométricos. Tales parámetros, como la altura, longitud, espesor y ángulo de camber de los álabes. En este proceso, se tienen en cuenta consideraciones cinemáticas y termodinámicas para lograr un diseño óptimo.

En primer lugar, se calculan el Diámetro medio, D_M , y el flujo volumétrico, V :

$$D_M = \frac{60}{\pi} \cdot \frac{u_M}{n}$$

$$V_i = \frac{m}{\rho_1}, \quad i = 1,2,3$$

A partir del flujo volumétrico se obtiene el área de flujo, A :

$$A_i = \frac{V_i}{c_m}, \quad i = 1,2,3$$

El cálculo de las áreas de flujo es necesario para calcular los parámetros geométricos relacionados con ellas, como son la altura de los álabes h_b , y los diámetros externos (tip, subíndice t) e internos (hub, subíndice h), $D_{t,i}$ y $D_{h,i}$ respectivamente. Estos parámetros están relacionados de la siguiente forma:

$$\lambda_i = \frac{D_{h,i}}{D_{t,i}} \text{ and } \frac{h_{b,i}}{D_M} = \frac{D_{t,i} - D_{h,i}}{2 \cdot D_M}$$

Donde λ_i es la relación de diámetro del cubo frente al diámetro de la punta del álabe.

De estas relaciones y sabiendo que $A_i = \pi \cdot D_M \cdot h_{b,i}$, queda:

$$h_{b,i} = \frac{A_i}{\pi \cdot D_M}$$

$$\lambda_i = \frac{D_{h,i}}{D_{t,i}} = \frac{1 - \frac{h_{b,i}}{D_M}}{1 + \frac{h_{b,i}}{D_M}}$$

Una vez calculados los parámetros geométricos básicos, se prosigue calculando los asociados a los álabes, que se introducen en la siguiente ilustración, así como la nomenclatura utilizada.

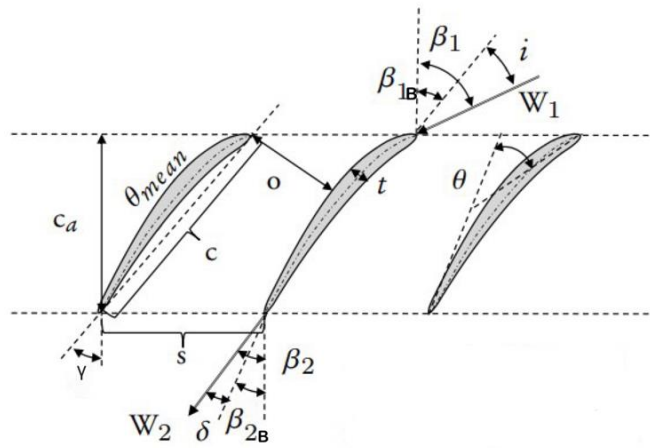


Ilustración 2-7 Desarrollo cilíndrico de un compresor [10]

		Definición
C	m	Cuerda
Ca	m	Cuerda Axial
O	m	Garganta
S	m	paso
α_1 β_1	°	Ángulo de flujo de entrada
α_2 , β_2	°	Ángulo de flujo de salida
α_{1B} β_{1B}	°	Ángulo de entrada del álabe
α_{2B} β_{2B}	°	Ángulo de salida del álabe
δ_w	°	Ángulo de desviación
i	°	Ángulo de incidencia
θ	°	Ángulo de curvatura
γ	°	Ángulo de inclinación

Tabla 2-4 Nomenclatura de los parámetros

El cálculo que se detalla a continuación aplica al rotor y al estátor, con la diferencia de que para el cálculo del estator los ángulos β se deben sustituir con α y se debe sustituir la velocidad relativa w por la absoluta c .

Para completar el cálculo de la geometría de las etapas, se deben introducir dos parámetros adicionales, el ratio de la altura del álabe a la cuerda, AR, y la solidez o solidity, definida como σ , que representa el ratio de la cuerda al paso de los álabes.

$$AR = \frac{h_B}{C} \quad \sigma = \frac{C}{S}$$

Estos parámetros son también necesarios para el cálculo de las pérdidas en el apartado 2.4.6.

Para fijar el AR, se usan las correlaciones de Wennerstrom (1989) y To and Miller (2015) e interpolando sus resultados se obtiene [1]:

$$AR_{opt} = 0,316 * \left(\frac{t_{max}}{h_b} \right)^{-0,416} \quad \text{cuando } 0,02 \leq \frac{t_{max}}{h_b} \leq 0,10$$

Teniendo en cuenta los resultados que arrojaron los estudios de To and Miller (2015), demostrando que al fijar el AR en un rango de un $\pm 20\%$ del AR_{OPT} la eficiencia varia como mucho un 0,1% , se ha decidido fijar el cociente $\frac{t_{max}}{h_b}$ en 0,05. Por tanto, el AR queda fijado en 1,098.

Para el cálculo de la solidez, el ángulo de inclinación y el ángulo de desviación a la salida del álabe se hará uso del criterio de *Tournier y El-Genk (2010)*. Se comienza calculando la solidez óptima:

$$(\sigma)_{opt} = A + B \cdot \beta_2''$$

Con:

$$A = -0,0197 + 0,042231 \cdot (\beta_1 - \beta_2)$$

$$B = \exp\{-13,427 + (\beta_1 - \beta_2) \cdot [0,33303 - 0,002368 \cdot (\beta_1 - \beta_2)]\}$$

$$n = 2,8592 - 0,04677 \cdot (\beta_1 - \beta_2)$$

Esta ecuación solo es válida para ciertos rangos de β :

$$10^\circ \leq \beta_1 \leq 65^\circ \quad 0^\circ \leq \beta_2 \leq 55^\circ \quad 10^\circ \leq \beta_1 - \beta_2 \leq 60^\circ$$

Una vez fijados AR y σ se puede proceder al cálculo del resto de parámetros presentes en la Tabla 2-4 Nomenclatura de los parámetros.

Este es un cálculo iterativo que requiere la convergencia de los valores de los ángulos de incidencia (i) y de desviación (δ_w), que se fijan inicialmente.

En primer lugar, se calcula el ángulo de entrada y salida de los álabes, así como el ángulo de curvatura de estos:

$$\beta_{1B} = \beta_1 - i$$

$$\beta_{2B} = \beta_2 - \delta_w$$

$$\theta = \beta_{1B} - \beta_{2B} = \beta_1 - \beta_2 + \delta_w - i$$

Posteriormente el ángulo de inclinación γ :

$$\gamma = \beta_1 - \left[3,6 \cdot K_t + 0,3532 \cdot \theta \cdot \left(\frac{l}{C} \right)^{0,25} \right] \cdot (\sigma)^{0,65 - 0,02 \cdot \theta}$$

generalmente $(l/C) = 0,5$ y $(t_{max}/C) = 0,05$

El parámetro K_t se calcula como:

$$K_t = \left(10 \cdot \frac{t_{max}}{C} \right)^{\frac{0,28}{0,1 + \left(\frac{t_{max}}{C} \right)^{0,3}}}$$

A continuación, se calcula el ángulo de desviación:

$$\delta_w = (K_{sh} \cdot K_t' - 1) \cdot \delta_0^* + \frac{0,92 \cdot \left(\frac{l}{C} \right)^2 + 0,02 \cdot \beta_{2B}}{1 - 0,02 \cdot \frac{\theta}{\sqrt{\sigma}}} \cdot \frac{\theta}{\sqrt{\sigma}} \text{ donde } K_{sh} = 1 \text{ y:}$$

$$K'_t = 6,25 \cdot \left(\frac{t_{max}}{C}\right) + 37,5 \cdot \left(\frac{t_{max}}{C}\right)^2$$

$$\delta_o^* = 0,01 \cdot \sigma \cdot \beta_1 + (0,74 \cdot \sigma^{1,9} + 3 \cdot \sigma) \cdot \left(\frac{\beta_1}{90}\right)^{1,67+1,09 \cdot \sigma}$$

Para el cálculo de los ángulos medidos desde la cuerda del álabe (definidos como χ_1 y χ_2) se necesita conocer el parámetro e/C , siendo e la distancia el eje del álabe medida desde la cuerda:

$$\frac{e}{C} = \frac{\sqrt{1 + (4 \tan \theta)^2 \cdot \left[\frac{l}{C} - \left(\frac{l}{C}\right)^2 - \frac{3}{16}\right]} - 1}{4 \tan \theta}$$

Una vez calculados los ángulos χ quedan:

$$\tan \chi_1 = \frac{\frac{e}{C}}{\frac{l}{C} - \frac{1}{4}}$$

$$\tan \chi_2 = \frac{\frac{e}{C}}{\frac{3}{4} - \frac{l}{C}}$$

El cálculo de los ángulos χ es necesario para poder calcular los ángulos de entrada y salida de los álabes como procede, necesarios para calcular el nuevo ángulo de incidencia:

$$\beta_{1B} = \gamma + \chi_1 \text{ y } \beta_{2B} = \gamma - \chi_2$$

$$i = \beta_1 - \beta_{1B}$$

Este proceso debe ser iterado hasta la convergencia de los ángulos de incidencia y de desviación.

Finalizado dicho proceso, es posible calcular los parámetros restantes: la cuerda axial, el paso y el número de álabes (N_B):

$$C_a = C \cdot \cos\gamma$$

$$S = \frac{C}{\sigma}$$

$$N_B = \text{int}\left(\pi \cdot \frac{D_M}{S}\right)$$

La distancia entre álabes en la entrada, o garganta se calcula:

$$O \cong S \cdot \cos\beta_{1B}$$

En una última instancia, se calculan la distancia entre el borde del álabe al cuerpo del compresor y los números de Reynolds para evaluar la rugosidad admisible, $k_{s,adm}$, valor por debajo del cual no se producen pérdidas, pudiendo considerar las paredes del compresor lisas.

La distancia entre el borde del álabe y la carcasa del compresor se ha tomado como un 1,5% de la altura del álabe como valor estándar, y los números de Reynolds quedan:

$$Re_1 = \frac{(\rho_1 \cdot w_1 \cdot C_R)}{\mu_1}$$

$$Re_{2,R} = \frac{(\rho_2 \cdot w_2 \cdot C_R)}{\mu_2}$$

$$Re_{2,S} = \frac{(\rho_2 \cdot w_2 \cdot C_S)}{\mu_2}$$

$$Re_3 = \frac{(\rho_3 \cdot w_3 \cdot C_R)}{\mu_1}$$

Pudiendo evaluar la rugosidad en rotor y estátor como:

$$\frac{k_{s,adm,R}}{C_R} = \frac{100}{Re_1} \text{ y } \frac{k_{s,adm,S}}{C_S} = \frac{100}{Re_{2,S}}$$

Finalizando el cálculo de los parámetros geométricos de la etapa.

2.4.5 CÁLCULO DE LOS PARÁMETROS CINEMÁTICOS EN DIRECCIÓN RADIAL

En el apartado 2.4.2, se han calculado los parámetros cinemáticos en el diámetro medio. Una vez conocida la geometría del compresor, es posible calcular dichos parámetros a lo largo de la altura del álabe, siendo particularmente importante en la base y en la punta del álabe. Para esta sección se asume que la variación de trabajo es la misma a cualquier radio [1].

Para obtener los triángulos de velocidad, los coeficientes de flujo y trabajo, así como el grado de reacción deben ser evaluados en la base y punta del álabe,

Cálculo de los coeficientes:

$$\varphi_t = \varphi_M \cdot \frac{D_M}{D_t}; \varphi_h = \varphi_M \cdot \frac{D_M}{D_h}$$

$$\psi_t = \psi_M \cdot \left(\frac{D_M}{D_t}\right)^2; \psi_h = \psi_M \cdot \left(\frac{D_M}{D_h}\right)^2$$

$$R_t = 1 - (1 - R_M) \cdot \frac{D_M^2}{D_t^2}; R_h = 1 - (1 - R_M) \cdot \frac{D_M^2}{D_h^2}$$

Introduciendo dichos coeficientes en las expresiones obtenidas en el apartado 2.4.2 se obtienen dichos triángulos de velocidad.

Los estudios de *Tournier y El-Genk (2010)[11]*, demuestran que el valor mínimo del grado de reacción ocurre en el núcleo del compresor (*hub*), por tanto, impone un valor mínimo de la relación de diámetros. Imponiendo esta condición, se desarrolla la siguiente expresión [1] :

$$\lambda = \frac{D_h}{D_t} \geq \lambda_{min} = \left(\frac{2}{\text{MAX}(\sqrt{1 - R_M}, \sqrt{\psi_M}, \varphi_M)} - 1 \right)^{-1}$$

Condición que en caso de no cumplirse obliga a tomar diferentes suposiciones de coeficiente de flujo, grado de reacción o ambas simultáneamente.

2.4.6 CÁLCULO DE PÉRDIDAS Y DE EFICIENCIA

Dado que ya se han obtenido todos los parámetros cinemáticos, termodinámicos y geométricos de la etapa, el rendimiento debe ser verificado. Como se ha descrito en la sección 2.2, se harán uso de modelos de pérdidas desarrollados principalmente por *Lieblein (1959)* [4], con los estudios posteriores de *Koch y Smith (1976)*[13] y *Aungier (2003)*[12]. Son especialmente importantes los análisis realizados por *Tournier y El Genk (2010)*[11] y las expresiones obtenidas por *Gambini, M., y Vellini, M. (2020)* [1].

A lo largo de esta sección se desarrollan los cálculos de pérdidas referidas al rotor, para referirlas al estátor es necesario cambiar los ángulos β por α y hacer uso de la velocidad absoluta c , en lugar de la relativa w . A continuación, se presentan los coeficientes de pérdidas de presión para rotor y estátor:

$$Y_R = \frac{p_{1tr} - p_{2tr}}{p_{1tr} - p_1}$$

$$Y_S = \frac{p_{2t} - p_{3t}}{p_{2t} - p_2}$$

Este coeficiente es la suma de las pérdidas producidas debidas al perfil (Y_p), las secundarias (Y_s), en los extremos de las paredes (Y_{EW}), las producidas por ondas de choque (Y_{SHOCK}) y las producidas en los extremos de los álabes (Y_{TC}). De forma que:

$$Y = Y_p + Y_s + Y_{EW} + Y_{SHOCK} + Y_{TC}$$

2.4.6.1 Pérdidas debidas al perfil

El cálculo de estas pérdidas se realiza partir de la expresión propuesta por *Lieblein (1959)* [4]:

$$Y_p = 2 \cdot \left(\frac{\theta_2}{C}\right) \cdot \frac{\sigma}{\cos\beta_2} \cdot \left(\frac{\cos\beta_1}{\cos\beta_2}\right)^2 \cdot \left(\frac{2H_{TE}}{3H_{TE} - 1}\right) \cdot \left[1 - \left(\frac{\theta_2}{C}\right) \cdot \left(\sigma \cdot \frac{H_{TE}}{\cos\beta_2}\right)\right]^{-3}$$

Esta expresión depende de dos nuevos parámetros: en primer lugar θ_2 , o el momento del espesor de la capa límite a la salida del álabe y del factor de forma de dicha capa límite o H_{TE} . Estos parámetros fueron desarrollados por Koch y Smith(1976) [13]:

$$\frac{\theta_2}{C} = \left(\frac{\theta_2^0}{C}\right) \cdot \zeta_M \cdot \zeta_H \cdot \zeta_{Re}$$

$$H_{TE} = H_{TE}^0 \cdot \zeta_M \cdot \zeta_H \cdot \zeta_{Re}$$

Donde $\frac{\theta_2^0}{C}$ y H_{TE}^0 están referidos a unas condiciones específicas de un número de Mach menor a 0,05, al no estrechamiento del flujo y a un número de Reynolds de 10^6 . Por ello se introducen los factores de corrección del número de Mach, de contracción de área de flujo y del número de Reynolds, expresados como ζ .

Koch y Smith(1976) [13] detallaron también las correlaciones para su cálculo, que dependen del ratio de difusión, expresado como DF_{eq} que se definirá posteriormente:

$$\frac{\theta_2^0}{C} = 2,644 \cdot 10^{-3} \cdot DF_{eq} - 1,519 \cdot 10^{-4} + \frac{6,713 \cdot 10^{-3}}{2,60 - DF_{eq}}$$

Para el parámetro H_{TE}^0 , cuando $DF_{eq} \leq 2$:

$$H_{TE}^0 = \frac{\delta_{TE}^*}{\theta_2^0} = (0,91 + 0,35 \cdot DF_{EQ}) \cdot [1 + 0,48 \cdot (DF_{EQ} - 1)^4 + 0,21 \cdot (DF_{EQ} - 1)^6]$$

Y cuando $DF_{eq} > 2$:

$$H_{TE}^0 = 2,7209$$

Los factores de corrección para el parámetro $\frac{\theta_2^0}{C}$ se definen como:

Para el número de Mach:

$$\zeta_M = 1 + (0,11757 - 0,16983 \cdot DF_{eq}) \cdot Ma_1^n$$

$$n = 2,853 + DF_{eq} \cdot (-0,97747 + 0,19477 \cdot DF_{eq})$$

Para el estrechamiento del área de flujo:

$$\zeta_H = 0,53 \cdot \frac{h_{B,1}}{h_{B,2}} + 0,47$$

Para el factor de corrección del número de Reynolds, necesario para evaluar el efecto de la rugosidad, se introduce el número de Reynolds crítico definido como:

$$Re_{cr} = 100 \cdot \frac{C}{k_s}$$

En caso de que $Re_1 \leq Re_{cr}$ las expresiones son :

$$\zeta_{Re} = \left(\frac{10^6}{Re_1}\right)^{0,166} \quad \text{si } Re_1 \geq 2 \cdot 10^5$$

$$\zeta_{Re} = 1,30626 \cdot \left(\frac{2 \cdot 10^5}{Re_1}\right)^{0,5} \quad \text{si } Re_1 < 2 \cdot 10^5$$

En caso de que $Re_1 > Re_{cr}$ se tiene:

$$\zeta_{Re} = \left(\frac{10^6}{Re_{cr}}\right)^{0,166} \quad \text{si } Re_1 \geq 2 \cdot 10^5$$

$$\zeta_{Re} = 1,30626 \cdot \left(\frac{2 \cdot 10^5}{Re_{cr}}\right)^{0,5} \quad \text{si } Re_1 < 2 \cdot 10^5$$

Los factores de corrección para el parámetro H_{TE}^0 se definen como:

Para el número de Mach:

$$\varepsilon_M = 1 + [1,0725 + DF_{eq} \cdot (-0,8671 + 0,18043 \cdot DF_{eq})] \cdot Ma_1^{1,8}$$

Para el estrechamiento del área de flujo:

$$\varepsilon_H = 1 + \left(\frac{h_{B,1}}{h_{B,2}} - 1\right) \cdot (0,0026 \cdot DF_{eq}^8 - 0,024)$$

Y para el número de Reynolds:

$$\varepsilon_{Re} = \left(\frac{10^6}{Re_1}\right) \quad \text{si } Re_1 < Re_{cr}$$

$$\varepsilon_{Re} = \left(\frac{10^6}{Re_{cr}}\right)^{0,06} \quad \text{si } Re_1 \geq Re_{cr}$$

Koch y Smith (1976) [13] obtuvieron la siguiente expresión para el ratio de difusión equivalente, o DF_{eq} , necesario para evaluar las expresiones anteriores:

$$DF_{eq} = \frac{w_1}{w_2} \cdot \left(1 + K_3 \cdot \left(\frac{t_{max}}{C}\right) + K_4 \cdot \Gamma\right) \cdot \sqrt{(\text{sen}\beta_1 - K_1 \cdot \sigma \cdot \Gamma)^2 + \left(\frac{\cos\beta_1}{A_{throat}^* \cdot \frac{\rho_{throat}}{\rho_1}}\right)^2}$$

Donde A_{throat}^* representa la relación de estrechamiento y se calcula como:

$$A_{throat}^* = \left[1 - K_2 \cdot \sigma \cdot \frac{\frac{t_{max}}{C}}{\cos(\beta_1 + \beta_2)}\right] \cdot \frac{A_{throat}}{A_1}$$

Para el cálculo del área de garganta, se asume que esta ocurre a un tercio del valor de la cuerda axial obteniendo:

$$A_{throat} = A_1 - \frac{1}{3} \cdot (A_1 - A_2)$$

El valor de la densidad en dicho punto se calcula como:

$$\frac{\rho_{throat}}{\rho_1} = 1 - \frac{Ma_{x1}^2}{1 - Ma_{x1}^2} \cdot \left(1 - A_{throat}^* - K_1 \cdot \sigma \cdot \Gamma \cdot \frac{\tan\beta_1}{\cos\beta_1}\right)$$

Siendo necesario obtener el número de Mach, Ma_{x1} , que es el calculado con la velocidad meridional. Las constantes de estas expresiones, obtenidas por Koch y Smith (1976) [13] son:

$$K_1 = 0,2445 ; K_2 = 0,4458 ; K_3 = 0,7688 ; K_4 = 0,6024$$

Para finalizar el proceso de cálculo de las pérdidas debidas al perfil se debe obtener el parámetro de circulación adimensional en los álabes, cuya definición teniendo en cuenta la suposición de D_M constante es:

$$\Gamma = (\tan \beta_1 - \tan \beta_2) \cdot \frac{\cos \beta_1}{\sigma}$$

2.4.6.2 Pérdidas secundarias

El cálculo de las pérdidas secundarias se realiza haciendo uso de las correlaciones desarrolladas por Howell (1947) [14]:

$$Y_s = 0,018 \cdot \sigma \cdot \frac{\cos \beta_1^2}{\cos \beta_M^3} \cdot c_L^2$$

Para calcular dichas pérdidas se debe calcular el coeficiente de sustentación de los álabes c_L , además del ángulo de flujo medio β_M , que se obtienen respectivamente como:

$$c_L = \frac{2}{\sigma} \cdot \cos \beta_M \cdot (\tan \beta_1 - \tan \beta_2)$$

$$\tan \beta_M = \frac{\tan \beta_1 + \tan \beta_2}{2}$$

2.4.6.3 Pérdidas en el extremo de las paredes

Para el cálculo de las pérdidas en el extremo de las paredes se usan las correlaciones de Aungier (2003) [12]:

$$Y_{EW} = 0,0146 \cdot \left(\frac{C}{h_b}\right) \cdot \left(\frac{\cos \beta_1}{\cos \beta_2}\right)^2$$

Donde los parámetros necesarios ya han sido definidos.

2.4.6.4 Pérdidas por ondas de choque

Las pérdidas por ondas de choque ocurren en compresores con un número de Mach superior a 1, denominados transónicos. A partir de los resultados de *Koch y Smith (1976)* [13], *Gambini, M., y Vellini, M. (2020)* [1] desarrollaron la siguiente expresión:

$$Y_{shock} = 0,32 \cdot Ma_1^2 - 0,62 \cdot Ma_1 + 0,30 \quad \text{si } Ma_1 \geq 1$$

$$Y_{shock} = 0 \quad \text{si } Ma_1 < 1$$

2.4.6.5 Pérdidas en los extremos de los álabes

Para el cálculo de estas pérdidas, representadas en la Ilustración 2-2 Modelo de pérdidas en los extremos de los álabes [8], se hace uso de las correlaciones de *Yaras y Sjolander (1992)* [5]:

$$Y_{TC} = Y_{tip} + Y_{gap}$$

$$Y_{tip} = 1,4 \cdot K_E \cdot \sigma \cdot \left(\frac{\tau}{h_B} \right) \cdot \frac{\cos \beta_1^2}{\cos \beta_M^3} \cdot c_L^{1,5}$$

$$Y_{gap} = 0,0049 \cdot K_G \cdot \sigma \cdot \frac{C}{h_B} \cdot \frac{\sqrt{c_L}}{\cos \beta_M}$$

donde ya se han definido todos los parámetros a excepción de K_E y K_G , constantes cuyo valor es igual a 0,5 y 1, respectivamente.

Con el cálculo de las pérdidas en los extremos de los álabes, queda finalizado el proceso de cálculo de las pérdidas en la etapa y es posible evaluar el rendimiento de esta.

2.4.6.6 Cálculos de la eficiencia de la etapa

Una vez evaluados los coeficientes de pérdidas tanto en el rotor como en el estátor, es posible evaluar el rendimiento de la etapa.

En primer lugar, para calcular la eficiencia del rotor, se evalúa la presión total relativa a la salida de este. De las definiciones de los coeficientes de presión, presentados en el apartado 2.4.6, se obtiene:

$$p_{2tr} = p_{1tr} - Y_R \cdot (p_{1tr} - p_1)$$

Dado que la entalpía total relativa del rotor se conserva a lo largo de este [1]:

$$h_{2tr} = h_{1tr}$$

Una vez conocidos estos dos valores, es posible definir los parámetros termodinámicos a la salida del rotor:

$$s_2 = s_{p,h}(p_{2tr}, h_{2tr})$$

$$h_2 = h_{p,h}(p_2, h_2)$$

Pudiendo calcular la eficiencia del rotor:

$$\eta_R = \frac{h_{2,is} - h_1}{h_2 - h_1}$$

El mismo proceso para el estátor queda:

$$h_{2t} = h_2 + \frac{c_2^2}{2}$$

$$p_{2t} = p_{s,h}(s_2, h_{2t})$$

$$p_{3t} = p_{2t} - Y_S \cdot (p_{2t} - p_2)$$

$$h_{3t} = h_{2t}$$

$$s_3 = s_{p,h}(p_{3t}, h_{3t})$$

$$h_3 = h_{s,p}(s_3, p_3)$$

Una vez se han calculado los nuevos parámetros termodinámicos, se pueden evaluar los diferentes rendimientos de la etapa como:

$$\eta_{TT} = \frac{h_{3t, is} - h_{1t}}{h_{3t} - h_{1t}}$$

$$\eta_{is} = \frac{h_{3, is} - h_1}{h_3 - h_1}$$

$$\eta_{TS} = \frac{h_{3, is} - h_{1t}}{h_{3t} - h_{1t}}$$

Siendo el primero el rendimiento *total to total*, el segundo el isentrópico y el último el *total to static*. Debe ser mencionado que, debido a la suposición de diseño de velocidades iguales a la entrada y a la salida, los rendimientos *total to total* e isentrópico son idénticos.

2.4.7 PROCEDIMIENTO ITERATIVO

Al tratarse de un compresor multietapa, una vez se ha finalizado el cálculo de la etapa anterior habiendo convergido el rendimiento, se tienen que establecer los parámetros de entrada a la siguiente etapa para proceder con su cálculo. Se deben tener presentes también las suposiciones de diseño que se han tomado, en este caso que la velocidad de entrada de cada etapa es igual a la velocidad de salida y, por tanto, también lo son los ángulos.

Los parámetros termodinámicos a la entrada de la nueva etapa son los correspondientes a la salida de la anterior y la entalpía de salida isentrópica se puede calcular ya que se conoce la diferencia de entalpías isentrópicas de cada etapa, quedando la presión definida también:

$$h_{out,is,i} = h_{in} \cdot \sum_{j=1}^i \Delta h_{is,j}$$

$$p_{out,i} = p(h_{out,is,i}, s_{in})$$

Con respecto a las consideraciones iniciales de cada etapa, el coeficiente de flujo permanece constante debido a que se ha supuesto que la componente meridional de la velocidad es constante, al igual que la componente tangencial.

Para calcular el nuevo coeficiente de trabajo es necesario conocer la diferencia de entalpías adiabática, al suponer un rendimiento de partida, se obtiene de la siguiente manera:

$$\psi_i = \frac{\Delta h_{t,ad,i}}{u_M^2}$$

Y el grado de reacción queda:

$$R_i = 1 - \frac{\psi_i}{2} - \varphi \cdot \tan \alpha_1$$

Pudiendo así completar el cálculo del compresor en su totalidad repitiendo el procedimiento para todas las etapas.

Capítulo 3. ANÁLISIS DE RESULTADOS

3.1 PREDISEÑO DE LAS TURBOMÁQUINAS

Siguiendo el procedimiento descrito en la sección 2.3, se ha desarrollado el código adjunto en el ANEXO I, que como output ofrece los siguientes diagramas para los dos compresores:

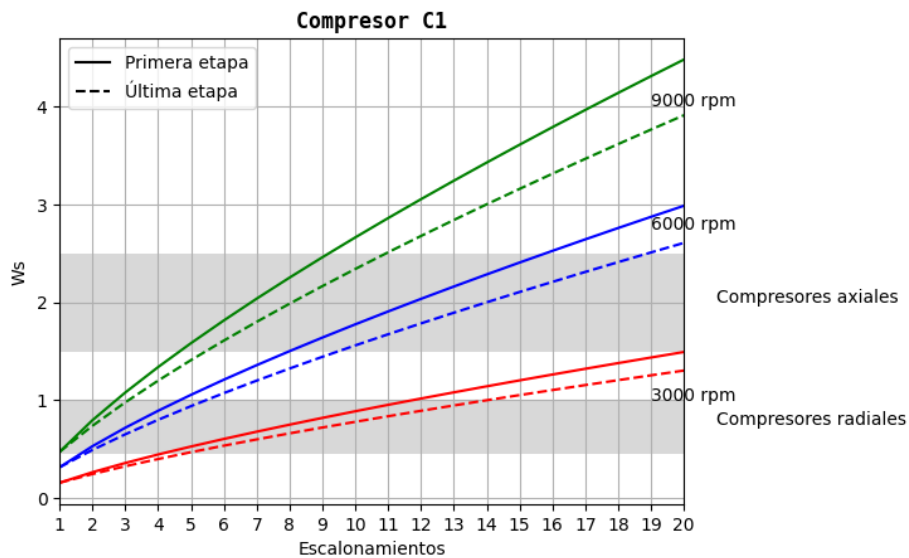


Ilustración 3-1 Diagrama de selección n-z para el compresor 1

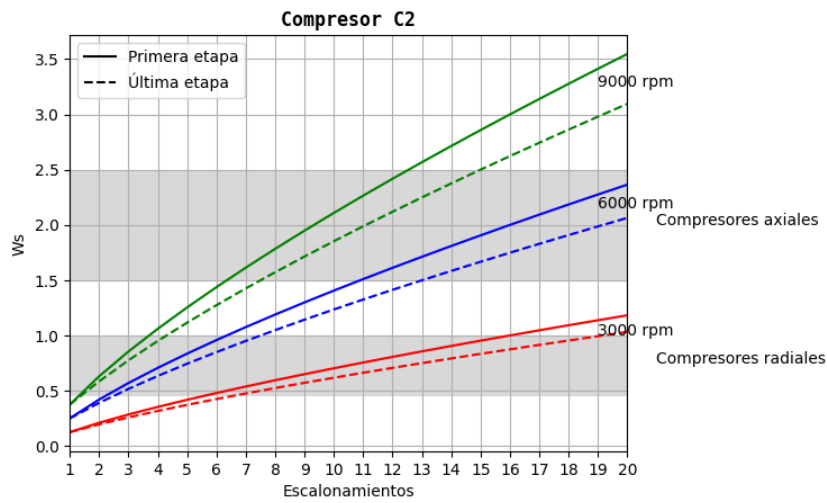


Ilustración 3-2 Diagrama de selección n-z para el compresor 2

Realizando las modificaciones indicadas al código adjunto en el ANEXO I, se obtiene también el diagrama de selección n-z de la turbina:

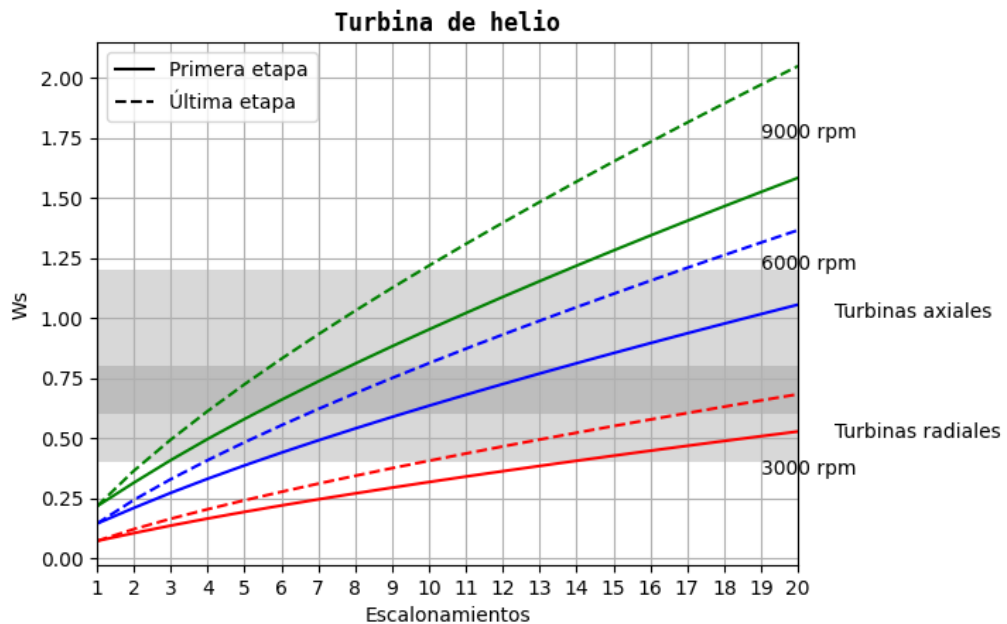


Ilustración 3-3 Diagrama de selección n-z para la turbina

Una vez obtenidos los diagramas n-z y teniendo en cuenta la *Tabla 2-2* Rangos de velocidades específicas óptimos [1], se debe fijar en primer lugar el tipo de máquina que se va a diseñar. Siguiendo el estudio realizado por *Gambini, M., & Vellini, M.(2021)* [1], el diseño seleccionado es el de máquinas axiales para los dos compresores y la turbina. Al tratarse de máquinas axiales el rango de w_s de máximo rendimiento para los compresores es de 1,5-10 y para la turbina de 0,4-3,0. Posteriormente se fijan las rpm en 6000, siguiendo el criterio de mínimas etapas para cada máquina. Los resultados obtenidos se muestran a continuación:

		Compresor C1	Compresor C2	Turbina
Tipo de etapa	-	Axial	Axial	Axial
n	rpm	6000	6000	6000
z	-	10	14	10
w_s(primera/última etapa)	-	1,77/1,56	1,81/1,58	0,63/0,81

Tabla 3-1 Resultados del proceso de prediseño de las turbomáquinas

En esta tabla se muestra un resumen de los prediseños obtenidos para las tres turbomáquinas, los compresores C1 y C2 constarán de 10 y 14 etapas respectivamente y la turbina constará de 10 etapas.

Como se puede observar en la *Tabla 3-1* Resultados del proceso de prediseño de las turbomáquinas, los resultados del diseño preliminar conducen a configuraciones con un elevado número de etapas. El principal motivo de dicha configuración es la baja densidad del gas, por lo cual se requiere un mayor número de etapas para lograr una compresión (compresores) y expansión (turbina) eficientes.

3.2 DISEÑO PRELIMINAR DE LOS COMPRESORES

Siguiendo la metodología detallada en el apartado 2.4 se ha desarrollado el código anexo en el ANEXO II. A partir de las condiciones de cada compresor, se obtienen los siguientes resultados:

Parámetros de entrada		Compresor 1		Compresor 2	
		Primera etapa	Última etapa	Primera etapa	Última etapa
ψ	-	0,3	0,2994	0,3	0,299
φ	-	0,55	0,55	0,55	0,55
R	-	0,5	0,5002	0,5	0,5005
Resultados					
Cinemáticos					
α_1	°	32,47	32,47	32,471	32,471
α_2	°	49,76	49,74	49,764	49,721
β_1	°	49,76	49,76	49,764	49,764
β_2	°	32,47	32,51	32,471	32,544
u	m/s	370,9	370,9	313,95	313,95
Termodinámicos					
p_2	bar	1,539	2,357	2,425	3,769
T_2	°C	58,97	131,17	57,844	132,662
p_3	bar	1,58	2,41	2,47	3,83
T_3	°C	62,94	135,35	60,688	135,652
Geométricos					
D_M	cm	118,08	118,08	99,933	99,933
$h_{b,R}$	cm	7,0856	5,62	6,238	4,912
$h_{b,S}$	cm	6,98	5,56	6,175	4,872
C_R	cm	6,45	5,12	5,677	4,471
C_S	cm	6,35	5,06	5,62	4,434
$C_{a,R}$	cm	5,01	3,98	4,416	3,476
$C_{a,S}$	cm	4,95	3,93	4,372	3,45
$N_{B,R}$	-	57	72	55	69
$N_{B,S}$	-	58	73	55	70
Números adimensionales					
Ma_1	-	0,296	0,268	0,251	0,226
$Ma_{2,S}$	-	0,294	0,266	0,25	0,225
Re_1		$2,11 \cdot 10^5$	$1,84 \cdot 10^5$	$2,49 \cdot 10^5$	$2,16 \cdot 10^5$
$Re_{2,S}$		$2,09 \cdot 10^5$	$1,83 \cdot 10^5$	$2,48 \cdot 10^5$	$2,15 \cdot 10^5$
Rendimiento					
η_{is}	%	85,47		85,42	

Tabla 3-2 Diseño preliminar de los compresores C1 y C2

Con los resultados que se observan en esta tabla y comparándolos con los obtenidos por *Gambini, M., & Vellini, M.(2021)* [1], se concluye que el modelo creado para el diseño preliminar de compresores axiales es válido, al obtenerse resultados muy similares con una discrepancia del rendimiento isentrópico de únicamente 0,1%. Los parámetros cinemáticos, termodinámicos y geométricos también pueden ser validados. Sin embargo, los valores finales del coeficiente de flujo y del grado de reacción se alejan ligeramente (un 4% como máximo). Esto último se deba muy posiblemente a las diversas suposiciones que se han ido haciendo a lo largo del proceso de diseño, aunque es una diferencia asumible.

Los diagramas h-s completos obtenidos para los dos compresores son los siguientes:

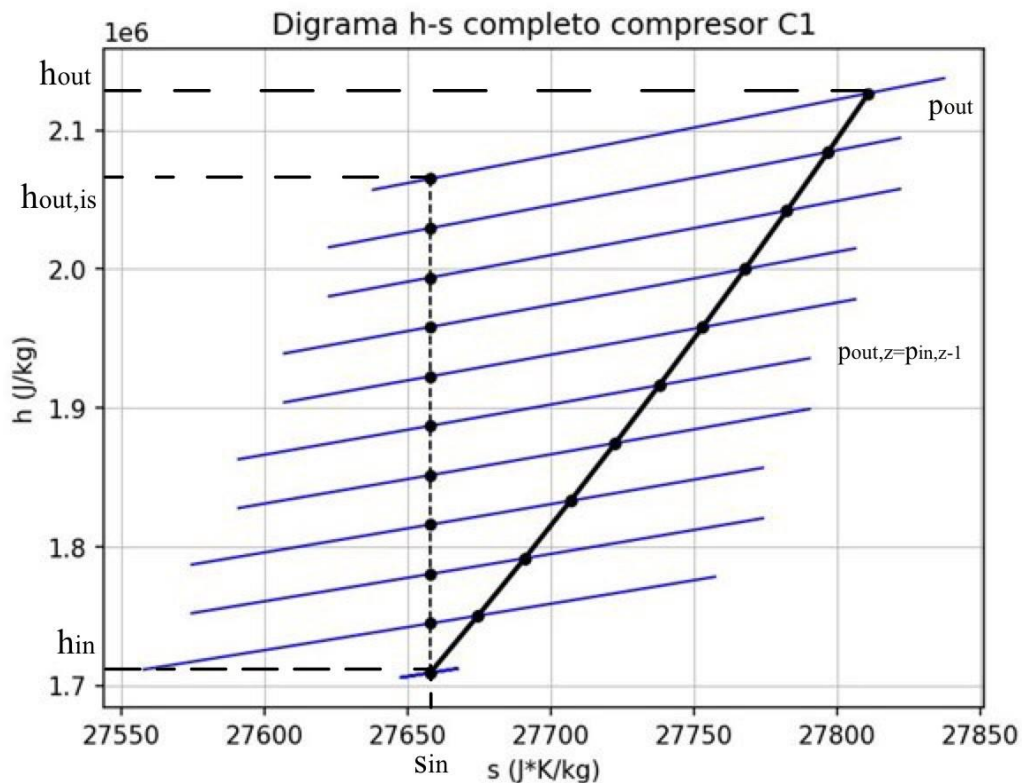


Ilustración 3-4 Diagrama h-s del compresor C1

En el diagrama 3.4 se pueden observar los procesos de compresión para las 10 etapas de las cuales está compuesto el compresor 1. Como se puede observar se produce un aumento

significativo de la entalpía en cada etapa con un mínimo crecimiento de la entropía, lo cual se explica con el buen rendimiento obtenido por el compresor (85,47%).

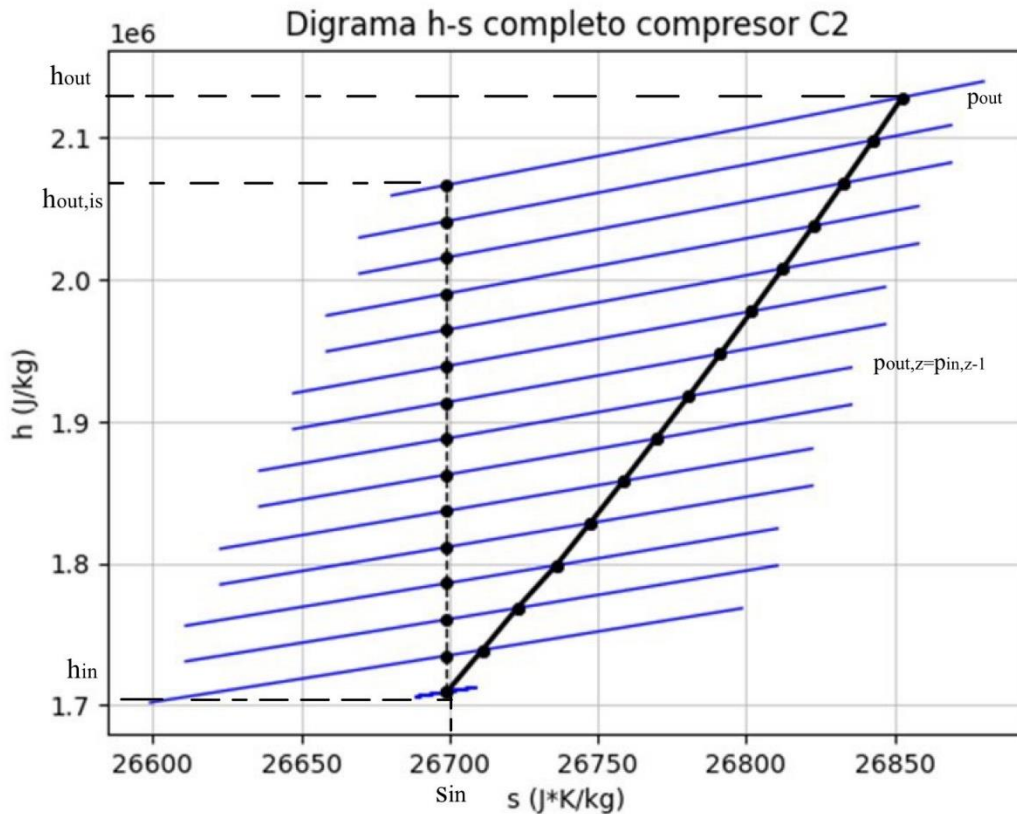


Ilustración 3-5 Diagrama h-s completo para el compresor C2

En el diagrama 3.5 se observan los procesos de compresión para las 14 etapas del compresor C2. Las conclusiones que se pueden extraer son las mismas que las del diagrama del compresor 1, además del hecho de que a pesar de contar con 4 etapas más, su rendimiento es muy similar.

A continuación, se exponen también los diagramas h-s completos de las etapas 1 y 10 del compresor 1, que se han considerado las más representativas:

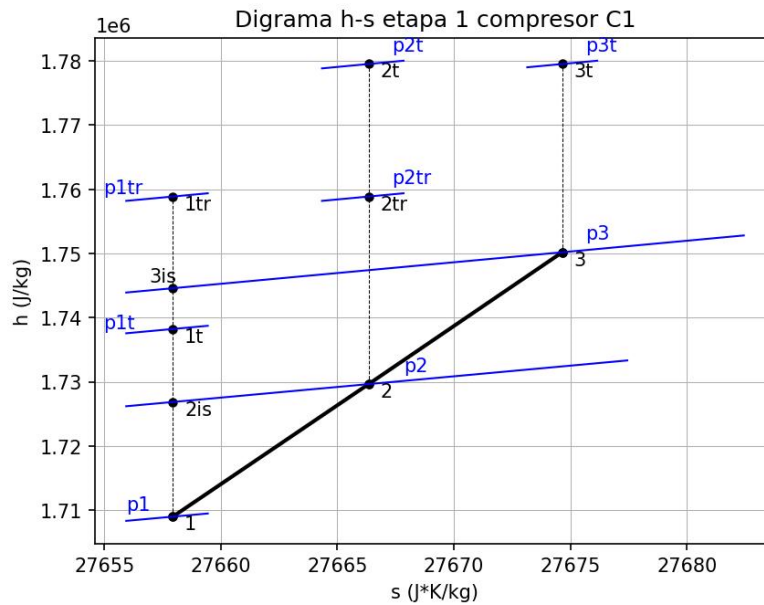


Ilustración 3-6 Diagrama h-s de la etapa 1 del compresor C1

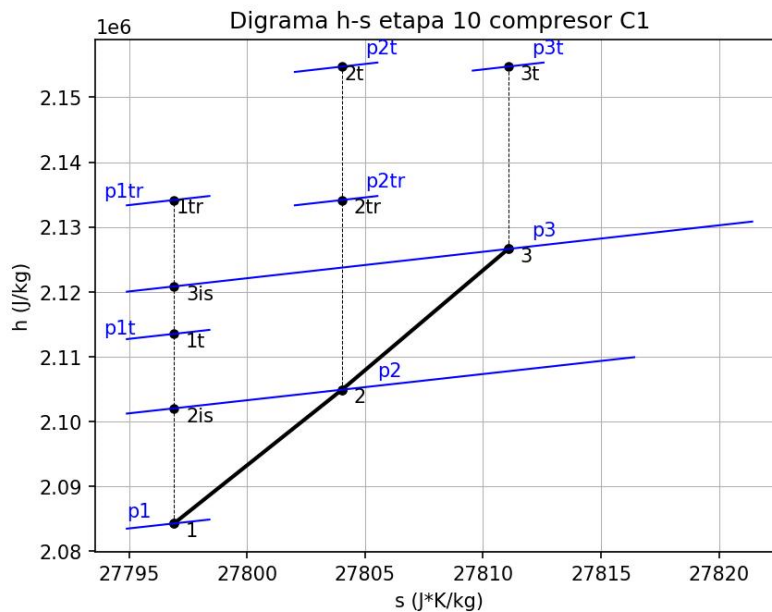


Ilustración 3-7 Diagrama h-s de la etapa 10 del compresor C1

Es posible observar en estos diagramas la representación de algunas de las suposiciones que se han tomado para el cálculo del compresor, como la conservación de la entalpía total relativa a lo largo del rotor y de la entalpía total en el estátor.

A partir de los resultados geométricos, se puede generar un primer diseño del compresor obtenido:

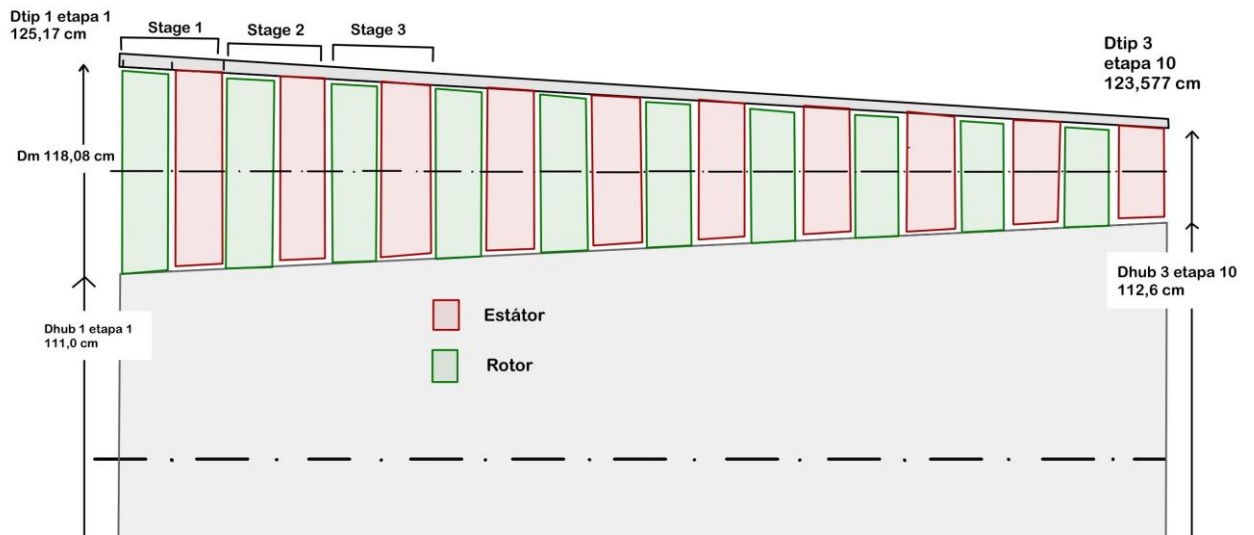


Ilustración 3-8 Geometría del compresor 1

En esta ilustración, se representa la geometría del compresor 1 donde están reflejados los diámetros más significativos. El compresor constaría de un diámetro medio de unos 118 cm. El compresor 2 consta de 4 etapas más y un diámetro medio más reducido, de unos 100 cm con el $D_{t,1}$ de la etapa 1 de 106 cm aproximadamente y $D_{t,3}$ de la etapa 10 de unos 104 cm.

Capítulo 4. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

Se ha logrado el objetivo principal de obtener el diseño preliminar de los dos compresores con resultados válidos. Estos resultados son prometedores, ya que muestran una similitud muy cercana a los obtenidos por *Gambini, M., & Vellini, M. (2021)* en su investigación [1], con tan solo una pequeña discrepancia del 0,1% en el rendimiento. Esta comparación recalca la efectividad del modelo creado y proporciona un buen punto de partida para futuras mejoras.

La motivación principal del proyecto era explorar las posibles mejoras de rendimiento que se pueden obtener al utilizar fluidos menos convencionales, como el helio, en los ciclos de compresión. Los resultados obtenidos, con rendimientos superiores al 85%, justifican y respaldan la inversión en investigar más ampliamente el uso del helio en aplicaciones industriales. Estos hallazgos sugieren que el helio como fluido de trabajo puede proporcionar mejoras significativas en términos de eficiencia en los compresores y abrir nuevas oportunidades en términos de rendimiento y ahorro de energía.

Otro logro destacable del proyecto es la creación de un modelo capaz de diseñar compresores axiales de forma preliminar operando con gases distintos al helio, como el argón. Esto implica la posibilidad de investigar y diseñar compresores adaptados a otros gases alternativos, ampliando aún más el alcance del proyecto actual. Estudios futuros podrían evaluar el rendimiento de estos compresores en diferentes aplicaciones industriales que involucren gases específicos, lo que permitiría aprovechar las ventajas de cada gas en términos de eficiencia y rendimiento.

Además de los logros mencionados, el proyecto proporciona una base sólida para futuras investigaciones y mejoras en la eficiencia y fiabilidad de los compresores. Aunque se ha logrado optimizar el diseño de los compresores para el ciclo de helio, existe aún margen para mejorar su rendimiento. Se podrían explorar enfoques como el uso de materiales avanzados, que optimicen aún más el rendimiento de estas máquinas y permitan operar a temperaturas más altas y condiciones de trabajo más exigentes.

En términos de aplicaciones y mercados, el proyecto abre nuevas oportunidades. A medida que se avanza en el diseño de compresores optimizados para ciclos de helio y otros gases, surgen posibilidades de implementación en áreas como la refrigeración criogénica, la generación de energía geotérmica y aplicaciones espaciales. Cada una de estas áreas presenta desafíos específicos que podrían abordarse mediante el diseño y la adaptación de compresores de alto rendimiento para satisfacer sus requisitos particulares.

En resumen, el proyecto ha logrado diseñar preliminarmente compresores para el ciclo de helio con resultados válidos, con un rendimiento superior al 85%. Estos resultados respaldan la investigación sobre el uso de fluidos menos convencionales y proporcionan una buena base para futuros proyectos enfocados en la mejora de la eficiencia y diseño de los compresores.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Gambini, M., & Vellini, M. (2020). *Turbomachinery: Fundamentals, Selection and Preliminary Design*. Springer Nature.
- [2] Padellano Avilés, Fernando (2017). *Análisis energético y exergético de un ciclo Brayton cerrado solar con helio como fluido de trabajo*. Proyecto Fin de Carrera / Trabajo Fin de Grado, [E.T.S.I. Industriales \(UPM\)](#).
- [3] Balaji, R. (2016). Helium gas Brayton cycle coupled with a solar central receiver power plant (Tesis de maestría). Universidad de Texas en Arlington. Recuperado de https://rc.library.uta.edu/uta-ir/bitstream/handle/10106/25614/Balaji_uta_2502M_13396.pdf;sequence=1
- [4] S. Lieblein, Loss and stall analysis of compressor cascades, *Transactions of the ASME, Journal of Basic Engineering*, p. 387-400, September 1959.
- [5] Yaras, M. I., & Sjolander, S. A. (1992). Prediction of multistage axial-flow compressor performance using a correlation of stage characteristics. *Journal of Turbomachinery*, 114(2), 361-370.
- [6] Kusterer, K, Braun, R, Moritz, N, Lin, G, & Bohn, D. "Helium Brayton Cycles With Solar Central Receivers: Thermodynamic and Design Considerations." *Proceedings of the ASME Turbo Expo 2012: Turbine Technical Conference and Exposition*.
- [7] Invernizzi, Costante & Di Marcoberardino, Gioele. (2023). An Overview of Real Gas Brayton Power Cycles: Working Fluids Selection and Thermodynamic Implications. *Energies*.
- [8] Houde, F. J. (2015). Tip clearance flows in axial compressors: Stall inception and stability enhancement. https://www.researchgate.net/publication/275658261_Tip_clearance_flows_in_axial_compressors_Stall_inception_and_stability_enhancement
- [9] La Fleur, JK. "Description of an Operating Closed Cycle: Helium Gas Turbine." *Proceedings of the ASME 1963 Aviation and Space, Hydraulic, and Gas Turbine Conference and Products Show. ASME 1963 Aviation and Space, Hydraulic, and Gas Turbine Conference and Products Show*. Los Angeles, California, USA. March 3–7, 1963. V001T01A023. ASME. <https://doi.org/10.1115/63-AHGT-74>

- [10] Dahlquist, Adrian. Conceptual Thermodynamic Cycle and Aerodynamic Gas Turbine Design - on an Oxy-fuel Combined Cycle.2016
https://www.researchgate.net/publication/305267913_Conceptual_Thermodynamic_Cycle_and_Aerodynamic_Gas_Turbine_Design_-_on_an_Oxy-fuel_Combined_Cycle
- [11] Jean-Michel Tournier, Mohamed S. El-Genk. Axial flow, multi-stage turbine and compressor models. Energy Conversion and Management. Volume 51, Issue 1.2010
<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0196890409003124>
- [12] AungierRH (2003)Axial-flow compressors. A strategy for aerodynamic design and analysis. ASME Press.
- [13] Koch CC, Smith LH (1976). Loss sources in axial-flow compressors. J. Eng. Power
- [14] Howell AR. Fluid Dynamics of Axial Compressors. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. 1945;153(1):441-452. doi:
[10.1243/PIME_PROC_1945_153_049_02](https://doi.org/10.1243/PIME_PROC_1945_153_049_02)
- [15] Colin F. McDonald, (2012). Helium turbomachinery operating experience from gas turbine power plants and test facilities. Applied Thermal Engineering, Volume 44.
- [16] CoolProp. (2021). CoolProp: A C++ library for thermophysical properties of fluids (Version 6.4.1) [Software]. <https://github.com/CoolProp/CoolProp>

ANEXO I

En este anexo se expone el código creado para el prediseño de las turbomáquinas; se ha hecho uso del lenguaje Python en el editor Visual Estudio code, haciendo uso de la librería Coolprop [16] para la lectura de propiedades termodinámicas

```
import CoolProp as cp
from __future__ import print_function
from CoolProp import AbstractState
from CoolProp.CoolProp import PhaseSI, PropsSI, get_global_param_string

#Inputs

fluido = 'Helium'
P0 = 1.5*1e5
T0 = 55+273
P1 = 2.41*1e5
flujo = 11.8
print(P1)
H0 = PropsSI('H','P',P0,'T',T0,fluido)

S0 = PropsSI('S','P',P0,'T',T0,fluido)
print(H0,S0)

his = PropsSI('H','P',P1,'S',S0,fluido)

deltaHis = (his-H0)
print("El incremento de entalpía es:",deltaHis)
#n-z calculations

import math
import numpy as np
n1 = 6000
n2=3000
n3=9000#revoluciones por minuto
#pot_C1=4.8e6 #pot bruta C1 W
print(n1)

vector_wsi1= [0]
```

```
vector_wsf1=[0]
vector_wsi2= [0]

vector_wsf2=[0]
vector_wsi3= [0]

vector_wsf3=[0]

z = 1      #escalonamientos
while z <= 20:
    #H1=pot_C1/flujo/z *(z-1)+ H0
    H1=deltaHis/z *(z-1) + H0
    Pf=(P1-P0)/z*(z-1)+P0

    rhof=PropsSI('D','S',S0,'H',H1,fluido)

    wsf1=2*math.pi*n1/60 *(flujo/rhof)**0.5 / ((deltaHis/z)**(3/4))
    wsf2=2*math.pi*n2/60 *(flujo/rhof)**0.5 / ((deltaHis/z)**(3/4))
    wsf3=2*math.pi*n3/60 *(flujo/rhof)**0.5 / ((deltaHis/z)**(3/4))
    rhoi=PropsSI('D','P',P0,'T',T0,fluido)

    wsi1=2*math.pi*n1/60 * pow(flujo/rhoi,0.5) / pow(deltaHis/z,3/4)
    wsi2=2*math.pi*n2/60 * pow(flujo/rhoi,0.5) / pow(deltaHis/z,3/4)
    wsi3=2*math.pi*n3/60 * pow(flujo/rhoi,0.5) / pow(deltaHis/z,3/4)
    vector_wsi1[len(vector_wsi1):] = [wsi1]
    vector_wsf1[len(vector_wsf1):] = [wsf1]
    vector_wsi2[len(vector_wsi2):] = [wsi2]
    vector_wsf2[len(vector_wsf2):] = [wsf2]
    vector_wsi3[len(vector_wsi3):] = [wsi3]
    vector_wsf3[len(vector_wsf3):] = [wsf3]

    z+=1

vector_z= np.arange(1,21)
vector_wsi1=np.delete(vector_wsi1, 0)
vector_wsf1=np.delete(vector_wsf1, 0)
vector_wsi2=np.delete(vector_wsi2, 0)
vector_wsf2=np.delete(vector_wsf2, 0)
vector_wsi3=np.delete(vector_wsi3, 0)
vector_wsf3=np.delete(vector_wsf3, 0)
print(vector_z)
print("wsf1",vector_wsf1)
print("wsi1",vector_wsi1)
```

A continuación, se detallan únicamente las modificaciones del código anterior para adaptarlo al necesario para obtener el diagrama n-z de la turbina.

```
H1=-deltaHis/z + H0
Pf=-(P0-P1)/z*(z-1)+ P0

rhof=PropsSI('D','S',S0,'H',his,fluido)
rhoi=PropsSI('D','S',S0,'H',H1,fluido)
```

ANEXO II

En este anexo se expone el código creado para el diseño preliminar de los compresores, se ha empleado el lenguaje Python en el editor Visual Estudio code, haciendo uso de la librería Coolprop para la lectura de propiedades termodinámicas

```
import math

import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

import CoolProp.CoolProp as CP
from CoolProp.CoolProp import PropsSI

"""INPUT PARAMETERS"""
n=6000
z=14
fluido='He'
p_in_C1=2.38e5
T_in_C1=55+273
p_out_C1=3.83e5
m=11.8

"""VARIABLES DEFINITION"""
R=np.zeros([z])
flow_coef=0.55
work_coef=np.zeros([z])

p1=np.zeros([z])
T1=np.zeros([z])
p1[0]=p_in_C1
T1[0]=T_in_C1

# INPUT PARAMETERS
R[0]=0.5
work_coef[0]=0.3
rto_tt=0.8878
rto_is=rto_tt

h1=np.zeros([z])
```

```
rho1=np.zeros([z])
s1=np.zeros([z])
p3=np.zeros([z])
variaciont_ad=np.zeros([z])
h1[0]=CP.PropsSI('H','P',p1[0],'T',T1[0],fluido)
rho1[0]=CP.PropsSI('D','P',p1[0],'T',T1[0],fluido)
s1[0]=CP.PropsSI('S','P',p1[0],'T',T1[0],fluido)
h_out_is_C1=CP.PropsSI('H','P',p_out_C1,'S',s1[0],fluido)
variacionh_is_stage=(h_out_is_C1-h1[0])/z
p3[0]=CP.PropsSI('P','H',(h1[0]+variacionh_is_stage),'S',s1[0],fluido)
#KINEMATIC PARAMETERS
u=np.zeros([z])

alfa_1=np.zeros([z])
alfa_2=np.zeros([z])
beta_1=np.zeros([z])
beta_2=np.zeros([z])
alfa_3=np.zeros([z])
rotor_deflection_angle=np.zeros([z])
stator_deflection_angle=np.zeros([z])

cm=np.zeros([z])
c1u=np.zeros([z])
c2u=np.zeros([z])
w1u=np.zeros([z])
w2u=np.zeros([z])
c1=np.zeros([z])
c2=np.zeros([z])
w1=np.zeros([z])
w2=np.zeros([z])
#THERMODINAMIC PARAMETERS
h1_t=np.zeros([z])
p1_t=np.zeros([z])
T1_t=np.zeros([z])
rho1_t=np.zeros([z])
h1_tr=np.zeros([z])
p1_tr=np.zeros([z])
T1_tr=np.zeros([z])
h2_tr=np.zeros([z])
h2=np.zeros([z])
h2_is=np.zeros([z])
p2=np.zeros([z])
s2=np.zeros([z])
T2=np.zeros([z])
```

```
rho2=np.zeros([z])
h2_t=np.zeros([z])
p2_t=np.zeros([z])
T2_t=np.zeros([z])
rho2_t=np.zeros([z])
p2_tr=np.zeros([z])
T2_tr=np.zeros([z])
Y_R=np.zeros([z])
h3_is=np.zeros([z])
h3_t=np.zeros([z])
h3=np.zeros([z])
s3=np.zeros([z])
T3=np.zeros([z])
rho3=np.zeros([z])
p3_t=np.zeros([z])
T3_t=np.zeros([z])
rho3_t=np.zeros([z])
Y_S=np.zeros([z])
cs_1=np.zeros([z])
cs_2=np.zeros([z])
cs_3=np.zeros([z])
Ma1=np.zeros([z])
Ma2_R=np.zeros([z])
Ma2_S=np.zeros([z])
Ma3=np.zeros([z])
mu1=np.zeros([z])
mu2=np.zeros([z])
mu3=np.zeros([z])
#GEOMETRIC PARAMETERS
Dm=np.zeros([z])
V1=np.zeros([z])
V2=np.zeros([z])
V3=np.zeros([z])
A1=np.zeros([z])
A2=np.zeros([z])
A3=np.zeros([z])
hb1=np.zeros([z])
hb2=np.zeros([z])
hb3=np.zeros([z])
lambda1=np.zeros([z])
lambda2=np.zeros([z])
lambda3=np.zeros([z])
Dt_1=np.zeros([z])
Dt_2=np.zeros([z])
```

```
Dt_3=np.zeros([z])
Dh_1=np.zeros([z])
Dh_2=np.zeros([z])
Dh_3=np.zeros([z])
bladesolidity_rot=np.zeros([z])
bladestaggerangle_rot=np.zeros([z])
coefA_rot=np.zeros([z])
coefB_rot=np.zeros([z])
coefn_rot=np.zeros([z])
i_rot=np.zeros([z])
deviation_angle_rot=np.zeros([z])
beta1b_rot=np.zeros([z])
beta2b_rot=np.zeros([z])
theta_rot=np.zeros([z])
zerocamber_devangle_rot=np.zeros([z])
C_rot=np.zeros([z])
Ca_rot=np.zeros([z])
S_rot=np.zeros([z])
Nb_rot=np.zeros([z])
bladesolidity_sta=np.zeros([z])
bladestaggerangle_sta=np.zeros([z])
coefA_sta=np.zeros([z])
coefB_sta=np.zeros([z])
coefn_sta=np.zeros([z])
i_sta=np.zeros([z])
deviation_angle_sta=np.zeros([z])
alfa2b_sta=np.zeros([z])
alfa3b_sta=np.zeros([z])
theta_sta=np.zeros([z])
zerocamber_devangle_sta=np.zeros([z])
C_sta=np.zeros([z])
Ca_sta=np.zeros([z])
S_sta=np.zeros([z])
Nb_sta=np.zeros([z])
O_rot=np.zeros([z])
O_sta=np.zeros([z])
blade_trailing_edge_rot=np.zeros([z])
blade_tip_clearance_rot=np.zeros([z])
blade_trailing_edge_sta=np.zeros([z])
blade_tip_clearance_sta=np.zeros([z])
Re1=np.zeros([z])
Re2_rot=np.zeros([z])
Re2_sta=np.zeros([z])
Re3=np.zeros([z])
```

```
ks_adm_rot=np.zeros([z])
ks_adm_sta=np.zeros([z])
#PARAMETERS IN THE RADIAL DIRECTION
flow_coef_t1=np.zeros([z])
flow_coef_t2=np.zeros([z])
flow_coef_t3=np.zeros([z])
flow_coef_h1=np.zeros([z])
flow_coef_h2=np.zeros([z])
flow_coef_h3=np.zeros([z])
work_coef_t1=np.zeros([z])
work_coef_t2=np.zeros([z])
work_coef_t3=np.zeros([z])
work_coef_h1=np.zeros([z])
work_coef_h2=np.zeros([z])
work_coef_h3=np.zeros([z])
Rt1=np.zeros([z])
Rt2=np.zeros([z])
Rt3=np.zeros([z])
Rh1=np.zeros([z])
Rh2=np.zeros([z])
Rh3=np.zeros([z])
alfa_1t=np.zeros([z])
alfa_2t=np.zeros([z])
alfa_1h=np.zeros([z])
alfa_2h=np.zeros([z])
beta_1t=np.zeros([z])
beta_2t=np.zeros([z])
beta_1h=np.zeros([z])
beta_2h=np.zeros([z])
#STAGE LOSSES AND EFFICENCY
Y_rot=np.zeros([z])
Y_sta=np.zeros([z])
Y_p_rot=np.zeros([z])
theta2_C_rot=np.zeros([z])
theta2_C_0_rot=np.zeros([z])
HTE_rot=np.zeros([z])
HTE_0_rot=np.zeros([z])
DFeq_rot=np.zeros([z])
dseta_M_rot=np.zeros([z])
dseta_H_rot=np.zeros([z])
dseta_Re_rot=np.zeros([z])
xi_M_rot=np.zeros([z])
xi_H_rot=np.zeros([z])
xi_Re_rot=np.zeros([z])
```



```
n_dseta_M_rot=np.zeros([z])
A_prima_throat_rot=np.zeros([z])
A_throat_rot=np.zeros([z])
rho_throat_rot=np.zeros([z])
gamma_rot=np.zeros([z])
Y_s_rot=np.zeros([z])
c1_rot=np.zeros([z])
beta_M_rot=np.zeros([z])
Y_EW_rot=np.zeros([z])
Y_shock_rot=np.zeros([z])
Y_TC_rot=np.zeros([z])
Y_tip_rot=np.zeros([z])
Y_gap_rot=np.zeros([z])
Y_p_sta=np.zeros([z])
theta2_C_sta=np.zeros([z])
theta2_C_0_sta=np.zeros([z])
HTE_sta=np.zeros([z])
HTE_0_sta=np.zeros([z])
DFeq_sta=np.zeros([z])
dseta_M_sta=np.zeros([z])
dseta_H_sta=np.zeros([z])
dseta_Re_sta=np.zeros([z])
xi_M_sta=np.zeros([z])
xi_H_sta=np.zeros([z])
xi_Re_sta=np.zeros([z])
n_dseta_M_sta=np.zeros([z])
A_prima_throat_sta=np.zeros([z])
A_throat_sta=np.zeros([z])
rho_throat_sta=np.zeros([z])
gamma_sta=np.zeros([z])
Y_s_sta=np.zeros([z])
c1_sta=np.zeros([z])
beta_M_sta=np.zeros([z])
Y_EW_sta=np.zeros([z])
Y_shock_sta=np.zeros([z])
Y_TC_sta=np.zeros([z])
Y_tip_sta=np.zeros([z])
Y_gap_sta=np.zeros([z])
Ma_x1_rot=np.zeros([z])
Ma_x1_sta=np.zeros([z])
Re_cr_rot=np.zeros([z])
Re_cr_sta=np.zeros([z])
p2_tr_final=np.zeros([z])
h2_tr_final=np.zeros([z])
```

```
s2_final=np.zeros([z])
h2_final=np.zeros([z])
rto_rot_final=np.zeros([z])
h2_t_final=np.zeros([z])
p2_t_final=np.zeros([z])
p3_t_final=np.zeros([z])
h3_t_final=np.zeros([z])
s3_final=np.zeros([z])
h3_final=np.zeros([z])
h3_t_is_final=np.zeros([z])
rto_tt_final=np.zeros([z])
rto_is_final=np.zeros([z])
rto_ts_final=np.zeros([z])
#STAGE CALCULATION
for j in range(z):

    if j>0:
        rto_is_final[j]=rto_is_final[j-1]
        rto_rot_final[j]=rto_rot_final[j-1]
    else:
        rto_is_final[j]=0.9
        rto_rot_final[j]=0.9

    rto_is=0.7
    dif=abs(rto_is_final[j]-rto_is)
    while (dif>0.005):

        if j>0:
            variaciont_ad[j]=variacionh_is_stage/rto_is_final[j]
            work_coef[j]=variaciont_ad[j]/(u[j]**2)
            R[j]=1-flow_coef*math.tan(alfa_1[j-1]*math.pi/180)-work_coef[j]/2
            p1[j]=p3[j-1]
            h1[j]=h3_final[j-1]
            rho1[j]=rho3[j-1]
            s1[j]=s3_final[j-1]
        else:
            variaciont_ad[0]=variacionh_is_stage/rto_is_final[j]
            um=math.sqrt(variaciont_ad[0]/work_coef[0])
            u=np.full(z,um)

        """KINEMATIC PARAMETERS"""

        alfa_1[j]=np.arctan((1-(R[j])-((work_coef[j])/2))/flow_coef)*180/math.pi
```

```
alfa_2[j]=np.arctan((1-(R[j])+((work_coef[j])/2))/flow_coef)*180/math.pi

beta_1[j]=np.arctan((R[j]+work_coef[j]/2)/flow_coef)*180/math.pi
beta_2[j]=np.arctan((R[j]-work_coef[j]/2)/flow_coef)*180/math.pi

stator_deflection_angle[j]=(alfa_2[j]-alfa_1[j])
alfa_3[j]=alfa_2[j]-stator_deflection_angle[j]
rotor_deflection_angle[j]=(beta_1[j]-beta_2[j])

cm[j]=u[j]*flow_coef
c1u[j]=u[j]*flow_coef*math.tan(alfa_1[j]*math.pi/180)
c2u[j]=u[j]*flow_coef*math.tan(alfa_2[j]*math.pi/180)
w1u[j]=u[j]*flow_coef*math.tan(beta_1[j]*math.pi/180)
w2u[j]=u[j]*flow_coef*math.tan(beta_2[j]*math.pi/180)
c1[j]=u[j]*flow_coef*math.sqrt(1+(math.tan(alfa_1[j]*math.pi/180))**2)
c2[j]=u[j]*flow_coef*math.sqrt(1+(math.tan(alfa_2[j]*math.pi/180))**2)
w1[j]=u[j]*flow_coef*math.sqrt(1+(math.tan(beta_1[j]*math.pi/180))**2)
w2[j]=u[j]*flow_coef*math.sqrt(1+(math.tan(beta_2[j]*math.pi/180))**2)

""""THERMODYNAMIC PARAMETERS""""
if j>0:
    T1[j]=T3[j-1]
    h1_t[j]=h1[j]+((c1[j]**2)/2)
    p1_t[j]=CP.PropsSI('P','H',h1_t[j],'S',s1[j],fluido)
    T1_t[j]=CP.PropsSI('T','H',h1_t[j],'S',s1[j],fluido)
    rho1_t[j]=CP.PropsSI('D','H',h1_t[j],'S',s1[j],fluido)
    h1_tr[j]=h1[j]+((w1[j]**2)/2)
    p1_tr[j]=CP.PropsSI('P','H',h1_tr[j],'S',s1[j],fluido)
    T1_tr[j]=CP.PropsSI('T','H',h1_tr[j],'S',s1[j],fluido)
    h2_tr[j]=h1_tr[j]
    h2[j]=h2_tr[j]-((w2[j]**2)/2)
    h2_is[j]=h1[j]+(rto_rot_final[j]*(h2[j]-h1[j]))
    p2[j]=CP.PropsSI('P','H',h2_is[j],'S',s1[j],fluido)
    s2[j]=CP.PropsSI('S','P',p2[j],'H',h2[j],fluido)
    T2[j]=CP.PropsSI('T','P',p2[j],'H',h2[j],fluido)
    rho2[j]=CP.PropsSI('D','P',p2[j],'H',h2[j],fluido)
    h2_t[j]=h2[j]+((c2[j]**2)/2)
    p2_t[j]=CP.PropsSI('P','H',h2_t[j],'S',s2[j],fluido)
    T2_t[j]=CP.PropsSI('T','H',h2_t[j],'S',s2[j],fluido)
    rho2_t[j]=CP.PropsSI('D','H',h2_t[j],'S',s2[j],fluido)
    p2_tr[j]=CP.PropsSI('P','H',h2_tr[j],'S',s2[j],fluido)
    T2_tr[j]=CP.PropsSI('T','H',h2_tr[j],'S',s2[j],fluido)
    Y_R[j]=(p1_tr[j]-p2_tr[j])/(p1_tr[j]-p1[j])
if j>0:
```

```

        p3[j]=CP.PropsSI('P','H',(h1[0]+(variacionh_is_stage)*(j+1)), 'S',s1[0],f
luido)
        h3_is[j]=CP.PropsSI('H','P',p3[j], 'S',s1[j],fluido)
        h3_t[j]=h2_t[j]
        h3[j]=h1[j]+((h3_is[j]-h1[j])/rto_is_final[j])
        s3[j]=CP.PropsSI('S','P',p3[j], 'H',h3[j],fluido)
        T3[j]=CP.PropsSI('T','P',p3[j], 'H',h3[j],fluido)
        rho3[j]=CP.PropsSI('D','P',p3[j], 'H',h3[j],fluido)
        p3_t[j]=CP.PropsSI('P','H',h3_t[j], 'S',s3[j],fluido)
        T3_t[j]=CP.PropsSI('T','H',h3_t[j], 'S',s3[j],fluido)
        rho3_t[j]=CP.PropsSI('D','H',h3_t[j], 'S',s3[j],fluido)
        Y_S[j]=(p2_t[j]-p3_t[j])/(p2_t[j]-p2[j])
        cs_1[j]=CP.PropsSI('A','P',p1[j], 'T',T1[j],fluido)
        cs_2[j]=CP.PropsSI('A','P',p2[j], 'T',T2[j],fluido)
        cs_3[j]=CP.PropsSI('A','P',p3[j], 'T',T3[j],fluido)
        Ma1[j]=w1[j]/cs_1[j]
        Ma2_R[j]=w2[j]/cs_2[j]
        Ma2_S[j]=c2[j]/cs_2[j]
        Ma3[j]=c1[j]/cs_3[j]
        mu1[j]=CP.PropsSI('V','P',p1[j], 'T',T1[j],fluido)
        mu2[j]=CP.PropsSI('V','P',p2[j], 'T',T2[j],fluido)
        mu3[j]=CP.PropsSI('V','P',p3[j], 'T',T3[j],fluido)

        """GEOMETRIC PARAMETERS"""
        Dm[j]=60*u[j]/(math.pi*n)
        V1[j]=m/rho1[j]
        V2[j]=m/rho2[j]
        V3[j]=m/rho3[j]
        A1[j]=V1[j]/cm[j]
        A2[j]=V2[j]/cm[j]
        A3[j]=V3[j]/cm[j]
        hb1[j]=A1[j]/(math.pi*Dm[j])
        hb2[j]=A2[j]/(math.pi*Dm[j])
        hb3[j]=A3[j]/(math.pi*Dm[j])
        lambda1[j]=(1-(hb1[j]/Dm[j]))/(1+(hb1[j]/Dm[j]))
        lambda2[j]=(1-(hb2[j]/Dm[j]))/(1+(hb2[j]/Dm[j]))
        lambda3[j]=(1-(hb3[j]/Dm[j]))/(1+(hb3[j]/Dm[j]))
        Dt_1[j]=2*Dm[j]/(1+lambda1[j])
        Dt_2[j]=2*Dm[j]/(1+lambda2[j])
        Dt_3[j]=2*Dm[j]/(1+lambda3[j])
        Dh_1[j]=2*lambda1[j]*Dm[j]/(1+lambda1[j])
        Dh_2[j]=2*lambda2[j]*Dm[j]/(1+lambda2[j])
        Dh_3[j]=2*lambda3[j]*Dm[j]/(1+lambda3[j])
        coefA_rot[j]=-0.0197+0.042231*rotor_deflection_angle[j]

```

```

coefB_rot[j]=math.exp(-13.427+(rotor_deflection_angle[j]*(0.33303-
0.002368*rotor_deflection_angle[j])))
coefn_rot[j]=2.8592-0.04677*rotor_deflection_angle[j]
bladesolidity_rot[j]=coefA_rot[j]+coefB_rot[j]*(beta_2[j])**2*(coefn_rot[j])

i_fin=0.04
deviation_angle_fin=8
i_rot[j]=10
deviation_angle_rot[j]=10
e=abs(i_rot[j]-i_fin)
f=abs(deviation_angle_fin-deviation_angle_rot[j])

while (e>0.005 and f>0.005):
    beta1b_rot_fin=beta_1[j]-i_rot[j]
    beta2b_rot_fin=beta_2[j]-deviation_angle_rot[j]
    theta_rot[j]=beta_1[j]-beta_2[j]+deviation_angle_rot[j]-i_rot[j]
    l_C=0.5
    tmax_C=0.05
    Kt=(10*tmax_C)**(0.28/(0.1+tmax_C**0.3))
    Ksh=1
    K_tprima=6.25*tmax_C+37.5*tmax_C**2
    bladestaggerangle_rot_fin=beta_1[j]-
(3.6*Kt+0.3532*theta_rot[j]*l_C**0.25)*bladesolidity_rot[j]**(0.65-
0.02*theta_rot[j])
    zerocamber_devangle_rot[j]=0.01*bladesolidity_rot[j]*beta_1[j]+(0.74*(bl
adesolidity_rot[j]**1.9)+3*bladesolidity_rot[j]*((beta_1[j]/90)**(1.67+1.09*bladeso
lidity_rot[j]))
    deviation_angle_fin=(Ksh*K_tprima-
1)*zerocamber_devangle_rot[j]+((0.92*(l_C**2)+0.002*beta2b_rot_fin)/(1-
0.002*(theta_rot[j]/math.sqrt(bladesolidity_rot[j]))))*((theta_rot[j])/math.sqrt(bl
adesolidity_rot[j]))
    theta_fin=beta_1[j]-beta_2[j]+deviation_angle_fin-i_rot[j]
    e_C=(math.sqrt(1+((4*math.tan(theta_fin*math.pi/180))**2)*(l_C-l_C**2-
(3/16)))-1)/(4*math.tan(theta_fin*math.pi/180))
    chi_1=math.atan(e_C/(l_C-0.25))
    chi_2=math.atan(e_C/(0.75-l_C))
    beta1b_rot_fin=bladestaggerangle_rot_fin+(chi_1*180/math.pi)
    beta2b_rot_fin=bladestaggerangle_rot_fin-(chi_2*180/math.pi)
    i_fin=beta_1[j]-beta1b_rot_fin
    e=abs(i_rot[j]-i_fin)
    f=abs(deviation_angle_fin-deviation_angle_rot[j])
    i_rot[j]=i_fin
    deviation_angle_rot[j]=deviation_angle_fin

```

```
i_rot[j]=i_fin
beta1b_rot[j]=beta1b_rot_fin
deviation_angle_rot[j]=deviation_angle_fin
beta2b_rot[j]=beta2b_rot_fin
bladestaggerangle_rot[j]=bladestaggerangle_rot_fin

tmax_hb=0.05
AR=0.316*(tmax_hb)**(-0.416)
C_rot[j]=hb1[j]/AR
Ca_rot[j]=C_rot[j]*math.cos(bladestaggerangle_rot[j]*math.pi/180)
S_rot[j]=C_rot[j]/bladesolidity_rot[j]
Nb_rot[j]=math.pi*Dm[j>//S_rot[j]

O_rot[j]=S_rot[j]*math.cos(beta1b_rot[j]*math.pi/180)
blade_trailing_edge_rot[j]=0.0005*S_rot[j]
blade_tip_clearance_rot[j]=hb1[j]*1.5/100 #1.5%

Re1[j]=rho1[j]*w1[j]*C_rot[j]/mu1[j]
Re2_rot[j]=rho2[j]*w2[j]*C_rot[j]/mu2[j]

ks_adm_rot[j]=100*C_rot[j]/Re1[j]

coefA_sta[j]=-0.0197+0.042231*stator_deflection_angle[j]
coefB_sta[j]=math.exp(-13.427+(stator_deflection_angle[j]*(0.33303-
0.002368*stator_deflection_angle[j])))
coefn_sta[j]=2.8592-0.04677*stator_deflection_angle[j]
bladesolidity_sta[j]=coefA_sta[j]+coefB_sta[j]*(alfa_3[j])**cofn_sta[j])

i_fin=0.04
deviation_angle_fin=8
i_sta[j]=10
deviation_angle_sta[j]=10
e=abs(i_sta[j]-i_fin)
f=abs(deviation_angle_fin-deviation_angle_sta[j])

while (e>0.0005 and f>0.0005):
    alfa2b_sta_fin=alfa_2[j]-i_sta[j]
    alfa3b_sta_fin=alfa_3[j]-deviation_angle_sta[j]
    theta_sta[j]=alfa_2[j]-alfa_3[j]+deviation_angle_sta[j]-i_sta[j]
    bladestaggerangle_sta_fin=alfa_2[j]-
(3.6*Kt+0.3532*theta_sta[j]*l_C**0.25)*bladesolidity_sta[j]**0.65-
0.02*theta_sta[j])
```

```

        zerocamber_devangle_sta[j]=0.01*bladesolidity_sta[j]*alfa_2[j]+(0.74*(bladesolidity_sta[j]**1.9)+3*bladesolidity_sta[j]*((alfa_2[j]/90)**(1.67+1.09*bladesolidity_sta[j])))
        deviation_angle_fin=(Ksh*K_tprima-1)*zerocamber_devangle_sta[j]+((0.92*1_C**2+0.002*alfa3b_sta_fin)/(1-0.002*(theta_sta[j]/math.sqrt(bladesolidity_sta[j]))))*((theta_sta[j])/(math.sqrt(bladesolidity_sta[j]))))
        theta_fin=alfa_2[j]-alfa_3[j]+deviation_angle_fin-i_sta[j]
        e_C=(math.sqrt(1+((4*math.tan(theta_fin*math.pi/180))**2)*(1_C-1_C**2-(3/16))))-1)/(4*math.tan(theta_fin*math.pi/180))
        chi_1=math.atan(e_C/(1_C-0.25))
        chi_2=math.atan(e_C/(0.75-1_C))
        alfa2b_sta_fin=bladestaggerangle_sta_fin+(chi_1*180/math.pi)
        alfa3b_sta_fin=bladestaggerangle_sta_fin-(chi_2*180/math.pi)
        i_fin=alfa_2[j]-alfa2b_sta_fin
        e=abs(i_sta[j]-i_fin)
        f=abs(deviation_angle_fin-deviation_angle_sta[j])
        i_sta[j]=i_fin
        deviation_angle_sta[j]=deviation_angle_fin

i_sta[j]=i_fin
alfa2b_sta[j]=alfa2b_sta_fin
deviation_angle_sta[j]=deviation_angle_fin
alfa3b_sta[j]=alfa3b_sta_fin
bladestaggerangle_sta[j]=bladestaggerangle_sta_fin

C_sta[j]=hb2[j]/AR
Ca_sta[j]=C_sta[j]*math.cos(bladestaggerangle_sta[j]*math.pi/180)
S_sta[j]=C_sta[j]/bladesolidity_sta[j]
Nb_sta[j]=math.pi*Dm[j]/S_sta[j]

O_sta[j]=S_sta[j]*math.cos(alfa2b_sta[j]*math.pi/180)
blade_trailing_edge_sta[j]=0.0005*S_sta[j]
blade_tip_clearance_sta[j]=hb2[j]*1.5/100 #1.5%

Re2_sta[j]=rho2[j]*c2[j]*C_sta[j]/mu2[j]
Re3[j]=rho3[j]*c1[j]*C_sta[j]

ks_adm_sta[j]=C_sta[j]*100/Re2_sta[j]

""""KINEMATIC PARAMETERS IN THE RADIAL DIRECTION""""
flow_coef_t1[j]=flow_coef*Dm[j]/Dt_1[j]
flow_coef_t2[j]=flow_coef*Dm[j]/Dt_2[j]
flow_coef_t3[j]=flow_coef*Dm[j]/Dt_3[j]

```

```

flow_coef_h1[j]=flow_coef*Dm[j]/Dh_1[j]
flow_coef_h2[j]=flow_coef*Dm[j]/Dh_2[j]
flow_coef_h3[j]=flow_coef*Dm[j]/Dh_3[j]
work_coef_t1[j]=work_coef[j]*(Dm[j]/Dt_1[j])**2
work_coef_t2[j]=work_coef[j]*(Dm[j]/Dt_2[j])**2
work_coef_t3[j]=work_coef[j]*(Dm[j]/Dt_3[j])**2
work_coef_h1[j]=work_coef[j]*(Dm[j]/Dh_1[j])**2
work_coef_h2[j]=work_coef[j]*(Dm[j]/Dh_2[j])**2
work_coef_h3[j]=work_coef[j]*(Dm[j]/Dh_3[j])**2
Rt1[j]=1-(1-R[j])*(Dm[j]/Dt_1[j])**2
Rt2[j]=1-(1-R[j])*(Dm[j]/Dt_2[j])**2
Rt3[j]=1-(1-R[j])*(Dm[j]/Dt_3[j])**2
Rh1[j]=1-(1-R[j])*(Dm[j]/Dh_1[j])**2
Rh2[j]=1-(1-R[j])*(Dm[j]/Dh_2[j])**2
Rh3[j]=1-(1-R[j])*(Dm[j]/Dh_3[j])**2
alfa_1t[j]=math.atan((1-Rt1[j]-
work_coef_t1[j]/2)/flow_coef_t1[j])*180/math.pi
alfa_1h[j]=math.atan((1-Rh1[j]-
work_coef_h1[j]/2)/flow_coef_h1[j])*180/math.pi
alfa_2t[j]=math.atan((1-
Rt2[j]+work_coef_t2[j]/2)/flow_coef_t2[j])*180/math.pi
alfa_2h[j]=math.atan((1-
Rh2[j]+work_coef_h2[j]/2)/flow_coef_h2[j])*180/math.pi
beta_1t[j]=math.atan((Rt1[j]+work_coef_t1[j]/2)/flow_coef_t1[j])*180/math.pi
beta_2t[j]=math.atan((Rt2[j]-work_coef_t2[j]/2)/flow_coef_t2[j])*180/math.pi
beta_1h[j]=math.atan((Rh1[j]+work_coef_h1[j]/2)/flow_coef_h1[j])*180/math.pi
beta_2h[j]=math.atan((Rh2[j]-work_coef_h2[j]/2)/flow_coef_h2[j])*180/math.pi

""""STAGE LOSSES AND EFFICIENCY""""
#CONSTANTS
K1=0.2445
K2=0.4458
K3=0.7688
K4=0.6024
KE=0.5
KG=1

gamma_rot[j]=(math.tan(beta_1[j]*math.pi/180)-
math.tan(beta_2[j]*math.pi/180))*(math.cos(beta_1[j]*math.pi/180))/bladesolidity_rot
[j]
A_throat_rot[j]=A1[j]-((A1[j]-A2[j])/3)
A_prima_throat_rot[j]=(1-
(K2*bladesolidity_rot[j]*tmax_C)/(math.cos((beta_1[j]+beta_2[j])*math.pi/180)/2))*A_
throat_rot[j]/A1[j]

```



```

    Ma_x1_rot[j]=cm[j]/cs_1[j]
    rho_throat_rot[j]=rho1[j]*(1-((Ma_x1_rot[j]**2)/(1-Ma_x1_rot[j]**2))*(1-
A_prima_throat_rot[j]-
K1*bladesolidity_rot[j]*gamma_rot[j]*math.tan(beta_1[j]*math.pi/180)/math.cos(beta_1
[j]*math.pi/180)))
    DFeq_rot[j]=(w1[j]/w2[j))*(1+K3*tmax_C+K4*gamma_rot[j])*math.sqrt((math.sin(
beta_1[j]*math.pi/180)-
K1*bladesolidity_rot[j]*gamma_rot[j]**2+(math.cos(beta_1[j]*math.pi/180)/(A_prima_t
hroat_rot[j]*rho_throat_rot[j]/rho1[j]))**2)
    Re_cr_rot[j]=100*C_rot[j]/ks_adm_rot[j]
    if Re1[j]<Re_cr_rot[j]:
        xi_Re_rot[j]=(10**6)/Re1[j]
    else:
        xi_Re_rot[j]=((10**6)/Re_cr_rot[j])**0.06

    xi_H_rot[j]=1+(hb1[j]/hb2[j]-1)*(0.0026*((DFeq_rot[j])**8)-0.024)
    xi_M_rot[j]=1+(1.0725+DFeq_rot[j]*(-
0.8671+0.18043*DFeq_rot[j]))*((Ma1[j])**1.8)

    if Re1[j]>Re_cr_rot[j]:
        if Re_cr_rot[j]<(2*(10**5)):
            dseta_Re_rot[j]=1.30626*(((2*10**5)/Re_cr_rot[j])**0.5)
        else:
            dseta_Re_rot[j]=((10**6)/Re_cr_rot[j])**0.166
    else:
        if Re1[j]<(2*(10**5)):
            dseta_Re_rot[j]=1.30626*(((2*10**5)/Re1[j])**0.5)
        else:
            dseta_Re_rot[j]=((10**6)/Re1[j])**0.166

    dseta_H_rot[j]=0.53*(hb1[j]/hb2[j])+0.47
    n_dseta_M_rot[j]=2.853+DFeq_rot[j]*(-0.97747+0.19477*DFeq_rot[j])
    dseta_M_rot[j]=1+(0.11757-0.16983*DFeq_rot[j])*((Ma1[j])**n_dseta_M_rot[j])
    theta2_C_0_rot[j]=2.644*(10**(-3))*DFeq_rot[j]-(1.519*(10**(-
4)))+(6.713*(10**(-3)))/(2.6-DFeq_rot[j])

    if DFeq_rot[j]>2:
        HTE_0_rot[j]=2.7209
    else:
        HTE_0_rot[j]=(0.91+0.35*DFeq_rot[j])*(1+0.48*((DFeq_rot[j]-
1)**4)+0.21*((DFeq_rot[j]-1)**6))

    HTE_rot[j]=HTE_0_rot[j]*xi_H_rot[j]*xi_M_rot[j]*xi_Re_rot[j]

```

```

theta2_C_rot[j]=theta2_C_0_rot[j]*dseta_H_rot[j]*dseta_M_rot[j]*dseta_Re_rot
[j]

Y_p_rot[j]=2*theta2_C_rot[j]*(bladesolidity_rot[j]/math.cos(beta_2[j]*math.p
i/180))*((math.cos(beta_1[j]*math.pi/180)/math.cos(beta_2[j]*math.pi/180))**2)*((2*H
TE_rot[j])/(3*HTE_rot[j]-1))*((1-
theta2_C_rot[j]*((bladesolidity_rot[j]*HTE_rot[j])/math.cos(beta_2[j]*math.pi/180)))
**(-3))

beta_M_rot[j]=math.atan((math.tan(beta_1[j]*math.pi/180)+math.tan(beta_2[j]*
math.pi/180))/2)*180/math.pi
cl_rot[j]=2*math.cos(beta_M_rot[j]*math.pi/180)*(math.tan(beta_1[j]*math.pi/
180)-math.tan(beta_2[j]*math.pi/180))/bladesolidity_rot[j]
Y_s_rot[j]=0.018*bladesolidity_rot[j]*((math.cos(beta_1[j]*math.pi/180))**2)
*(cl_rot[j]**2)/((math.cos(beta_M_rot[j]*math.pi/180))**3)

Y_EW_rot[j]=0.0146*(C_rot[j]/hb2[j])*((math.cos(beta_1[j]*math.pi/180)/math.
cos(beta_2[j]*math.pi/180))**2)

if Ma1[j]<1:
    Y_shock_rot[j]=0
else:
    Y_shock_rot[j]=0.32*(Ma1[j]**2)-0.62*Ma1[j]+0.30

Y_tip_rot[j]=1.4*KE*bladesolidity_rot[j]*(blade_tip_clearance_rot[j]/hb2[j])
*((math.cos(beta_1[j]*math.pi/180))**2)*(cl_rot[j]**1.5)/((math.cos(beta_M_rot[j]*ma
th.pi/180))**3)
Y_gap_rot[j]=0.0049*KG*bladesolidity_rot[j]*(C_rot[j]/hb2[j])*math.sqrt(cl_r
ot[j])/math.cos(beta_M_rot[j]*math.pi/180)
Y_TC_rot[j]=Y_tip_rot[j]+Y_gap_rot[j]

Y_rot[j]=Y_p_rot[j]+Y_s_rot[j]+Y_EW_rot[j]+Y_shock_rot[j]+Y_TC_rot[j]

gamma_sta[j]=(math.tan(alfa_2[j]*math.pi/180)-
math.tan(alfa_3[j]*math.pi/180))*(math.cos(alfa_2[j]*math.pi/180))/bladesolidity_sta
[j]

A_throat_sta[j]=A2[j]-(A2[j]-A3[j])/3
A_prima_throat_sta[j]=(1-
(K2*bladesolidity_sta[j]*tmax_C)/(math.cos((alfa_2[j]+alfa_3[j])*math.pi/180)/2))*A_
throat_sta[j]/A2[j]
Ma_x1_sta[j]=cm[j]/cs_2[j]
rho_throat_sta[j]=rho2[j]*(1-((Ma_x1_sta[j]**2)/(1-Ma_x1_sta[j]**2)))*(1-
A_prima_throat_sta[j]-

```

```

K1*bladesolidity_sta[j]*gamma_sta[j]*math.tan(alfa_2[j]*math.pi/180)/math.cos(alfa_2
[j]*math.pi/180))
    DFeq_sta[j]=(c2[j]/c1[j])*(1+K3*tmax_C+K4*gamma_sta[j])*math.sqrt((math.sin(
alfa_2[j]*math.pi/180)-
K1*bladesolidity_sta[j]*gamma_sta[j])**2+(math.cos(alfa_2[j]*math.pi/180)/(A_prima_t
hroat_sta[j]*rho_throat_sta[j]/rho2[j]))**2)
    Re_cr_sta[j]=100*C_sta[j]/ks_adm_sta[j]
    if Re2_sta[j]<Re_cr_sta[j]:
        xi_Re_sta[j]=(10**6)/Re2_sta[j]
    else:
        xi_Re_sta[j]=((10**6)/Re_cr_sta[j])**0.06

    xi_H_sta[j]=1+((hb2[j]/hb3[j])-1)*(0.0026*((DFeq_sta[j])**8)-0.024)
    xi_M_sta[j]=1+(1.0725+DFeq_sta[j]*(-
0.8671+0.18043*DFeq_sta[j]))*((Ma2_S[j])**1.8)

    if Re2_sta[j]>Re_cr_sta[j]:
        if Re_cr_sta[j]<(2*(10**5)):
            dseta_Re_sta[j]=1.30626*(((2*10**5)/Re_cr_sta[j])**0.5)
        else:
            dseta_Re_sta[j]=((10**6)/Re_cr_sta[j])**0.166
    else:
        if Re2_sta[j]<(2*(10**5)):
            dseta_Re_sta[j]=1.30626*(((2*10**5)/Re2_sta[j])**0.5)
        else:
            dseta_Re_sta[j]=((10**6)/Re2_sta[j])**0.166

    dseta_H_sta[j]=0.53*(hb2[j]/hb3[j])+0.47
    n_dseta_M_sta[j]=2.853+DFeq_sta[j]*(-0.97747+0.19477*DFeq_sta[j])
    dseta_M_sta[j]=1+(0.11757-0.16983*DFeq_sta[j])*(Ma2_S[j]**n_dseta_M_sta[j])
    theta2_C_0_sta[j]=2.644*(10**(-3))*DFeq_sta[j]-(1.519*(10**(-
4)))+(6.713*(10**(-3)))/(2.6-DFeq_sta[j])

    if DFeq_sta[j]>2:
        HTE_0_sta[j]=2.7209
    else:
        HTE_0_sta[j]=(0.91+0.35*DFeq_sta[j])*(1+0.48*((DFeq_sta[j]-
1)**4)+0.21*((DFeq_sta[j]-1)**6))

    HTE_sta[j]=HTE_0_sta[j]*xi_H_sta[j]*xi_M_sta[j]*xi_Re_sta[j]
    theta2_C_sta[j]=theta2_C_0_sta[j]*dseta_H_sta[j]*dseta_M_sta[j]*dseta_Re_sta
[j]

```

```

        Y_p_sta[j]=2*theta2_C_sta[j]*(bladesolidity_sta[j]/math.cos(alfa_3[j]*math.p
i/180))*((math.cos(alfa_2[j]*math.pi/180)/math.cos(alfa_3[j]*math.pi/180))**2)*((2*H
TE_sta[j])/(3*HTE_sta[j]-1))*((1-
theta2_C_sta[j]*((bladesolidity_sta[j]*HTE_sta[j])/math.cos(alfa_3[j]*math.pi/180)))
**(-3))

        beta_M_sta[j]=math.atan((math.tan(alfa_2[j]*math.pi/180)+math.tan(alfa_3[j]*
math.pi/180))/2)*180/math.pi
        cl_sta[j]=2*math.cos(beta_M_sta[j]*math.pi/180)*(math.tan(alfa_2[j]*math.pi/
180)-math.tan(alfa_3[j]*math.pi/180))/bladesolidity_sta[j]
        Y_s_sta[j]=0.018*bladesolidity_sta[j]*((math.cos(alfa_2[j]*math.pi/180))**2)
*(cl_sta[j]**2)/((math.cos(beta_M_sta[j]*math.pi/180))**3)

        Y_EW_sta[j]=0.0146*(C_sta[j]/hb3[j])*((math.cos(alfa_2[j]*math.pi/180)/math.
cos(alfa_3[j]*math.pi/180))**2)

        if Ma2_S[j]<1:
            Y_shock_sta[j]=0
        else:
            Y_shock_sta[j]=0.32*(Ma2_S[j]**2)-0.62*Ma2_S[j]+0.30

        Y_tip_sta[j]=1.4*KE*bladesolidity_sta[j]*(blade_tip_clearance_sta[j]/hb3[j])
*((math.cos(alfa_2[j]*math.pi/180))**2)*(cl_sta[j]**1.5)/((math.cos(beta_M_sta[j]*ma
th.pi/180))**3)
        Y_gap_sta[j]=0.0049*KG*bladesolidity_sta[j]*(C_sta[j]/hb3[j])*math.sqrt(cl_s
ta[j])/math.cos(beta_M_sta[j]*math.pi/180)
        Y_TC_sta[j]=Y_tip_sta[j]+Y_gap_sta[j]

        Y_sta[j]=Y_p_sta[j]+Y_s_sta[j]+Y_EW_sta[j]+Y_shock_sta[j]+Y_TC_sta[j]

        p2_tr_final[j]=p1_tr[j]-Y_rot[j]*(p1_tr[j]-p1[j])
        h2_tr_final[j]=h1_tr[j]
        s2_final[j]=CP.PropsSI('S','P',p2_tr_final[j],'H',h2_tr_final[j],fluido)
        h2_final[j]=CP.PropsSI('H','P',p2[j],'S',s2_final[j],fluido)
        rto_rot_final[j]=(h2_is[j]-h1[j])/(h2_final[j]-h1[j])

        h2_t_final[j]=h2_final[j]+(c2[j]**2)/2
        p2_t_final[j]=CP.PropsSI('P','S',s2_final[j],'H',h2_t_final[j],fluido)
        p3_t_final[j]=p2_t_final[j]-Y_sta[j]*(p2_t_final[j]-p2[j])
        h3_t_final[j]=h2_t_final[j]
        s3_final[j]=CP.PropsSI('S','P',p3_t_final[j],'H',h3_t_final[j],fluido)
        h3_final[j]=CP.PropsSI('H','S',s3_final[j],'P',p3[j],fluido)
        h3_t_is_final[j]=CP.PropsSI('H','P',p3_t_final[j],'S',s1[j],fluido)

```

```
    rto_tt_final[j]=(h3_t_is_final[j]-h1_t[j])/(h3_t_final[j]-h1_t[j])
    rto_is=(h3_is[j]-h1[j])/(h3_final[j]-h1[j])
    rto_ts_final[j]=(h3_is[j]-h1_t[j])/(h3_t_final[j]-h1_t[j])

    dif=abs(rto_is_final[j]-rto_is)
    rto_is_final[j]=rto_is

    rto_is_final[j]=rto_is
#EFFICIENCY CALCULATIONS
h_is=CP.PropsSI('H','P',p3[z-1],'S',s1[0],fluido)
h_t_is=h_is+(c1[z-1]**2)/2
rto_isen=(h_is-h1[0])/(h3[z-1]-h1[0])
rto_tt_compressor=(h_t_is-h1_t[0])/(h3_t_final[z-1]-h1_t[0])
#MAIN OUTPUT
print("Work coefficient (first stage): ",work_coef[0])
print("Work coefficient (last stage): ",work_coef[z-1])
print("Flow coefficient (first stage): ",flow_coef)
print("Flow coefficient (last stage): ",flow_coef)
print("R (first stage): ",R[0])
print("R (last stage): ",R[z-1])
print("Alpha 1 (first stage): ",alfa_1[0])
print("Alpha 1 (last stage): ",alfa_1[z-1])
print("Alpha 2 (first stage): ",alfa_2[0])
print("Alpha 2 (last stage): ",alfa_2[z-1])
print("Beta 1 (first stage): ",beta_1[0])
print("Beta 1 (last stage): ",beta_1[z-1])
print("Beta 2 (first stage): ",beta_2[0])
print("Beta 2 (last stage): ",beta_2[z-1])
print("u: ",u[0])
print("p2 (first stage): ",p2[0]/(10**5))
print("p2 (last stage): ",p2[z-1]/(10**5))
print("T2 (first stage): ",T2[0]-273)
print("T2 (last stage): ",T2[z-1]-273)
print("p3 (first stage): ",p3[0]/(10**5))
print("p3 (last stage): ",p3[z-1]/(10**5))
print("T3 (first stage): ",T3[0]-273)
print("T3 (last stage): ",T3[z-1]-273)
print("Dm (first stage): ",Dm[0]*100)
print("Dm (last stage): ",Dm[z-1]*100)
print("hb rot (first stage): ",hb1[0]*100)
print("hb rot (last stage): ",hb1[z-1]*100)
print("hb sta (first stage): ",hb2[0]*100)
print("hb sta (last stage): ",hb2[z-1]*100)
```

```
print("C rot (first stage): ",C_rot[0]*100)
print("C rot (last stage): ",C_rot[z-1]*100)
print("C sta (first stage): ",C_sta[0]*100)
print("C sta (last stage): ",C_sta[z-1]*100)
print("C axial rot (first stage): ",Ca_rot[0]*100)
print("C axial rot (last stage): ",Ca_rot[z-1]*100)
print("C axial sta (first stage): ",Ca_sta[0]*100)
print("C axial sta (last stage): ",Ca_sta[z-1]*100)
print("Nb rot (first stage): ",Nb_rot[0])
print("Nb rot (last stage): ",Nb_rot[z-1])
print("Nb sta (first stage): ",Nb_sta[0])
print("Nb sta (last stage): ",Nb_sta[z-1])
print("Ma1 (first stage): ",Ma1[0])
print("Ma1 (last stage): ",Ma1[z-1])
print("Ma2s (first stage): ",Ma2_S[0])
print("Ma2s (last stage): ",Ma2_S[z-1])
print("Re1 (first stage): ",Re1[0])
print("Re1 (last stage): ",Re1[z-1])
print("Re2s (first stage): ",Re2_sta[0])
print("Re2s (last stage): ",Re2_sta[z-1])
print("rto is (first stage): ",rto_is_final[0]*100)
print("rto is (last stage): ",rto_is_final[z-1]*100)
print("rto tt (first stage): ",rto_tt_final[0]*100)
print("rto tt (last stage): ",rto_tt_final[z-1]*100)
print("rto ts (first stage): ",rto_ts_final[0]*100)
print("rto ts (last stage): ",rto_ts_final[z-1]*100)
print("rto is compresor: ",rto_is*100)
print("rto tt compresor: ",rto_tt_compressor*100)
```